

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Уфимский государственный авиационный технический университет»

Кафедра прикладной гидромеханики

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ**  
по дисциплине  
«Гидромеханические системы»



Уфа 2021

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Уфимский государственный авиационный технический университет»  
Кафедра прикладной гидромеханики

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ**  
по дисциплине  
«Гидромеханические системы»

Учебное электронное издание сетевого доступа

Уфа 2021

Автор-составитель П. В. Петров

Лабораторный практикум по дисциплине «Гидромеханические системы» [Электронный ресурс] / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т ; [авт.-сост. П. В. Петров]. – Уфа : УГАТУ, 2021. – URL: [https://www.ugatu.su/media/uploads/MainSite/Ob%20universitete/Izdateli/El\\_izd/2021-54.pdf](https://www.ugatu.su/media/uploads/MainSite/Ob%20universitete/Izdateli/El_izd/2021-54.pdf)

Цель лабораторного практикума – иллюстрация ряда положений теоретического курса, знакомство с оборудованием и приборами, приобретение опыта и навыков исследования и эксплуатации гидромеханических систем регулирования энергетических установок.

Предназначен для студентов, обучающихся по направлению подготовки 13.04.03 Энергетическое машиностроение.

При разработке лабораторного практикума были использованы результаты, полученные в ходе исследования, которое было выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-08-00394.

Рецензент канд. техн. наук, доцент Н. С. Сенюшкин

При подготовке электронного издания использовались следующие программные средства:

- *Adobe Acrobat* – текстовый редактор;
- *Microsoft Word* – текстовый редактор.

Автор-составитель *Петров Павел Валерьевич*

Компьютерная верстка: *О. А. Соколова*

Программирование и компьютерный дизайн: *А. П. Меркулова*

ФГБОУ ВО «Уфимский государственный авиационный технический университет»  
450008, Уфа, ул. К. Маркса, 12.  
Тел.: +7-908-35-05-007  
e-mail: rik.ugatu@yandex.ru

Все права на размножение, распространение в любой форме остаются за разработчиком.  
Нелегальное копирование, использование данного продукта запрещено.

## Введение

В методических указаниях описаны лабораторные работы по дисциплине «Гидромеханические системы». В описание каждой работы включены кратко сформулированные цели, теоретические положения и методические указания по выполнению численных экспериментов и обработке результатов.

Приступая к выполнению лабораторной работы, необходимо внимательно прочитать цель занятия, ознакомиться с краткими теоретическими и учебно-методическими материалами по теме лабораторной работы, ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.

Все задания к лабораторной работе должны выполняться в соответствии с инструкцией, анализ полученных в ходе занятия результатов проводить по приведенной методике.

Отчет о лабораторной работе должен быть выполнен по приведенному алгоритму, опираясь на образец.

Наличие зачета по лабораторным работам необходимо для получения допуска к экзамену (зачету) по дисциплине «Гидромеханические системы», поэтому в случае отсутствия на занятие по любой причине или получения неудовлетворительной оценки за лабораторную работу необходимо найти время для ее выполнения или пересдачи.

Выполнение лабораторных работ направлено на достижение следующих целей:

- обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;
- формирование умений, получение первоначального практического опыта по выполнению профессиональных задач в соответствии с требованиями к результатам освоения дисциплины, профессионального модуля. Освоенные на практических и лабораторных занятиях умения в совокупности с усвоенными знаниями и полученным практическим опытом при прохождении учебной и производственной практики формируют профессиональные компетенции;
- совершенствование умений применять полученные знания на практике, реализация единства интеллектуальной и практической деятельности;

– выработка при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как творческая инициатива, самостоятельность, ответственность, способность работать в команде и брать на себя ответственность за работу всех членов команды, способность к саморазвитию и самореализации, которые соответствуют универсальным компетенциям, перечисленным в ФГОС ВО.

В ходе освоения дисциплины «Гидромеханические системы» и выполнения лабораторных работ у студента формируются практический опыт и профессиональная компетенция ПК–1 (Способен использовать знание теоретических основ рабочих процессов при моделировании, проектировании и разработке гидравлических и пневматических систем, машин, агрегатов объектов профессиональной деятельности) с индикаторными показателями ПК–1.1 (Разрабатывает математическую модель гидродинамических процессов), ПК–1.2 (Моделирует рабочие процессы гидравлических и пневматических систем и машин) и ПК–1.3 (Анализирует результаты моделирования гидравлических и пневматических систем и машин).

## **Порядок выполнения лабораторных работ**

При выполнении лабораторных работ необходимо воспользоваться:

- методическим указанием по выполнению лабораторных работ;
- внимательно прочитать раздел по технике безопасности.

### **1. Защита лабораторной работы**

Защита лабораторной работы проводится в устной или письменной форме по контрольным вопросам, приведенным в методических указаниях.

### **2. Требования к оформлению отчетов по лабораторным работам**

Отчет по лабораторной работе должен быть оформлен на листах формата А4 с рамкой и должен содержать все, что указано в пункте «СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА» данных методических указаний по конкретной лабораторной работе

### **3. Критерии оценки лабораторной работы**

Оценка «Зачтено» выставляется в случае, если студент:

- знает особенности процессов, происходящих в гидромеханических системах и устройствах, методы анализа статических и динамических характеристик систем. Знать все этапы разработки технической документации в соответствии с ЕСКД.

- умеет использовать на уровне умений учебных типовых комплексов моделей, алгоритмов и пакетов прикладных программ гидромеханических систем; знание принципов адаптации типовых программ к новым условиям; умение разработки характеристик точности, устойчивости и управляемости

- имеет навык: Чтения типовых гидравлических систем, выполнения типовых гидравлических расчётов с использованием пакетов компьютерной математики, разработки типовых гидросистем управления и жизнеобеспечения, выполнения технической документации в соответствии с ЕСКД.

Оценка «Не зачтено» выставляется в случае, если студент:

- не имеет представления о параметрах и технических характеристиках рабочего процесса в системах гидравлических приводов, предъявляемых требованиях, об основных этапах проектирования систем гидравлических приводов, используемых методах расчетного анализа, об основных аспектах применения численных методов механики жидкости и газа, используемых при проектировании гидро- и пневмоагрегатов;

- не знает или не умеет использовать основные расчетные соотношения для формирования облика систем гидравлических приводов и определения их технических характеристик, основные элементы технологии решения задач проектирования в современных программных комплексах вычислительной гидрогазодинамики.

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

**Тема:** Методы анализа гидромеханических систем

**Цель работы:** Построение и исследование статических и динамических моделей гидромеханических систем

## **Краткие теоретические сведения**

*Типовые динамические звенья и их соединения.* Типовыми динамическими звеньями называют элементы различной физической природы, назначения и (или) конструкции, но описываемые одинаковыми уравнениями.

Динамическое звено часто отождествляют с неким схематично или конструктивно оформленным устройством. Методически это допустимо, однако динамическое звено – звено динамического процесса, а не физического объекта. Цель введения понятия заключается в сведении многообразных реальных объектов к ограниченному числу типовых элементов, объединенных общностью математического описания. Тогда любая система регулируемая может быть построена из определенным образом соединенных элементов.

Так как системы регулирования могут иметь любую физическую природу, то составление уравнений (моделирование) является предметом соответствующей конкретной области технических наук (электротехники, гидравлики, теплотехники, и т. п.), к которым следует каждый раз обращаться.

Математические модели отражают свойства реальных систем. Критерием справедливости (пригодности) модели является совпадение с экспериментом. Математическая модель должна быть универсальной, т. е. быть применима в независимости от природы рассматриваемого устройства.

Обычно процессы устройства САР связаны с процессами передачи массы, количества движения и энергии или преобразования одного вида энергии в другой; особенностью САР является передача информации.

Все процессы, протекающие в устройствах (элементах), можно разделить на установившиеся (стационарные) и динамические

(нестационарные). Соответственно, математические модели делятся на уравнения статики и динамики.

**Статические модели.** Статической моделью системы (элемента) являются уравнения (система уравнения), описывающие ее поведения на стационарных, установившихся режимах работы. Параметры установившихся режимов впредь будем отмечать подстроченным индексом “0” ( $x_0, y_0$ ). Таким образом, уравнение статики имеет вид

$$F_1(y_0) = F_2(x_0). \quad (1.1)$$

Решение такого уравнения  $y_0 = F(x_0)$ , представляющее собой зависимость выходной координаты  $y_0$  от входной  $x_0$  в статическом режиме, называется статической характеристикой (элемента) системы.

Существуют элементы, у которых в статическом режиме при постоянном  $x_0(t) = \text{const}$  постоянна не выходная координата, а ее производная

$$\frac{dy_0}{dt} = \text{const}. \quad (1.2)$$

В большинстве случаев статически характеристики нелинейные и задаются (снимаются экспериментально) в виде графиков. Нелинейности элементов являются в ряде случаев несущественными, не вносящими ничего нового в процесс регулирования. Кроме того, система нормально функционирует при малых отклонениях входных и выходных величин от требуемых значений. Иными словами, система работает на ограниченных участках статических характеристик ее элементов, где нелинейность слабо выражена. В этих случаях реальную нелинейную характеристику удаляется с определенной степенью точности заменить линейной и осуществить линеаризацию уравнений элементов, под которой понимается замена точного уравнения практически линейным. Одним из распространенных методов линеаризации является метод малых отклонений, основанный на разложении нелинейной функции в ряд Тейлора, т. е.

$$y = y_0 + \left( \frac{dy}{dx} \right)_0 \Delta x_0. \quad (1.3)$$

Отсюда, если обозначить малые отклонения аргумента и функции

$$\Delta x = x - x_0 \text{ и } \Delta y = y - y_0, \quad (1.4)$$

то нелинейная функция  $F$  может быть заменена линейным алгебраическим уравнением  $\Delta y = K \Delta x$  в приращениях, где

$$K = \left( \frac{dy}{dx} \right)_0.$$

Например покажем как можно линеаризовать линейную зависимость расхода, проходящего через дроссель от перепада давления  $P_{др}$  дросселя. Зависимость имеет вид

$$Q_{др} = \mu f_{др} \sqrt{2P_{др} / \rho}. \quad (1.5)$$

Для малых отклонений давления  $\Delta P$  и расхода  $\Delta Q$  запишем

$$\Delta Q \cong K \Delta P_{др} = \left( \frac{\partial Q}{\partial P_{др}} \right)_0 \Delta P_{др}. \quad (1.6)$$

Производная  $\left( \frac{\partial Q}{\partial P_{др}} \right) = \mu f_{др} / \sqrt{2P_{др} \Delta \rho}$ , поэтому

$$\Delta Q = \frac{\mu f_{др}}{\sqrt{2P_{др} \Delta \rho}} \Delta P_{др}. \quad (1.7)$$

Ниже рассмотрим наиболее распространенные статические математические модели в элементах (устройствах САР):

### 1. Механическое взаимодействие тел

Основным уравнением статики в этом случае является второе уравнение Ньютона: сумма всех сил, действующих на тело, равна “нулю”.

$$\sum_{i=1}^n \vec{F} = 0, \text{ т.е. } F_{дв0} - F_{сопр0} = 0. \quad (1.8)$$

где  $F_{дв0}, F_{сопр0}$  – соответственно, сила движущая и сопротивления.

## 2. Течение жидкости на участке между двумя дросселями

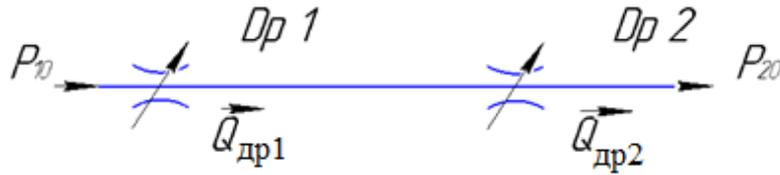


Рис. 1.1. Участок между двумя дросселями

Уравнение неразрывности  $Q_{др1} = Q_{др2}$  или

$$\mu_1 f_{др1} \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{10} - P_0)} = \mu_2 f_{др2} \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_0 - P_{20})}. \quad (1.9)$$

Откуда на установившемся режиме давления в междроссельной камере равно

$$P_0 = \frac{\mu_1 f_{др1} P_{10} + \mu_2 f_{др2} P_{20}}{\mu_1 f_{др1} + \mu_2 f_{др2}}. \quad (1.10)$$

## 3. Сильфонный датчик давления

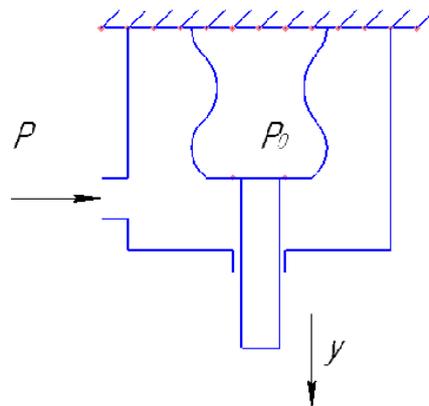


Рис. 1.2. Датчик давления

Внутри запаянного сильфона давление постоянно. В сильфонную коробку подается измеряемое давление  $P$ ; перемещение  $x$  пропорционально измеряемому давлению.

Уравнение статики имеет вид  $F_{\text{э}} (P_0 - P) = C_{\text{э}} y$ , откуда:

$$y = \frac{F_{\text{э}}}{C_{\text{э}}} (P_0 - P) = K_{\text{э}} (P_0 - P), \quad (1.11)$$

где  $K_{\text{э}} = F_{\text{э}} / C_{\text{э}}$  – коэффициент усиления сильфона.

#### 4. Центробежный датчик частоты вращения

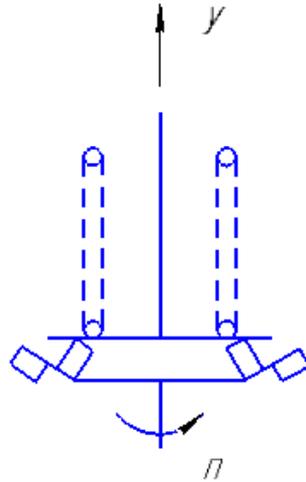


Рис. 1.3. Датчик частоты вращения

Осевая составляющая  $P_{цб.ос}$  центробежной силы сравнивается с силой натяжки  $P_{пр}$  пружины. В равновесном положении т.е. когда  $P_{цб.ос}^0 = P_{пр}^0$

$$K_{гр} n_0^2 = C(y_{нач} + y_0), \quad (1.12)$$

откуда

$$y_0 = \frac{K_{гр}}{C} n_0^2 - y_{нач}, \quad (1.13)$$

где  $y_{нач}$  – начальная натяжка пружины.

**Динамические модели и их характеристики.** Динамические модели и их характеристики более сложны, чем статические.

В работе ограничиваются рассмотрением линеаризованных динамических звеньев. Динамическим звеном (звеном САР) называют элемент (часть системы) различной физической природы, но описываемый уравнениями определенного типа. Идея введения типовых динамических звеньев заключается в сведении многообразных реальных элементов САР к ограниченному числу типовых элементов с последующим построением САР как системы, определенным образом соединенных типовых динамических звеньев.

Если статические модели, как правило, описываются алгебраическими уравнениями, то динамические модели, как правило, являются дифференциальными уравнениями. В дифференциальное уравнение входят входной  $x_{\text{вх}}(t)$ , входной  $x_{\text{вых}}(t)$  сигналы, возмущающее воздействие  $f_B(t)$  и их произвольные

$$F(y, \dot{y}, \dots, y^{(n)}, x, \dot{x}, \dots, x^{(m)}, f, \dot{f}, \dots, f_B^{(r)}) = 0, \quad (1.14)$$

где  $n > m > r$ .

Графически динамическое звено, а значит и дифференциальное уравнение, представляют в виде рис.1.4.



Рис. 1.4. Динамическое звено

Реальные системы, как правило, описываются нелинейными уравнениями, однако, если рассматривать малое отклонение сигналов, то приближенно уравнение можно подставить в линейном виде.

Из всего разнообразия линейных (линеаризованных) динамических звеньев рассмотрим наиболее распространенные в САР: усилительные (безынерционные), апериодические (инерционные), колебательные, дифференцирующие и интегрирующие.

Основное уравнение динамики звена (т.е. его математическая модель) должно как можно точнее описывать движение. Залогом этого является удачный выбор исходных соотношений. В одном случае это могут быть простые кинематические соотношения, в другом – уравнения равновесия сил или моментов; при наличии механической инерции применяется второе уравнения Ньютона (алгебраическая сумма сил, действующих на тело, равна произведению массы на ускорение); в гидромеханических устройствах, как правило, используются уравнения Бернулли, в электрических системах – уравнение баланса токов и соотношения Ома и т. п.

**Усилительные (безынерционные) пропорциональные звенья.** Усилительными называют звенья, дифференциальные уравнения которых имеют вид

$$\Delta y(t) = K \Delta x(t), \quad (1.15)$$

где  $K$  – коэффициент усиления (преобразования) звена.

Для усилительного звена характерно отсутствие накопления энергии; оно мгновенно копирует входной сигнал, изменяя его масштаб в  $K$  раз. Под величинами  $\Delta x(t)$  и  $\Delta y(t)$  понимаются малые изменения различных физических величин (перемещение, давление, температура, расход и т.д.). Конкретная форма записи уравнения определяется природой звена. Проиллюстрируем это положение на следующих примерах.

На рис.1.5 приведены примеры усилительных звеньев:

- рычаг (рис. 1.5, а) для которого  $\Delta y(t) = K_{\text{рыч}} \Delta x(t)$ ,  $K_{\text{рыч}} = BC / AB$  – коэффициент усиления рычага;
- дозирующая игла или любой дроссель (рис.1.5,б), для которого  $\Delta Q(t) = K_{Qx} \Delta x(t)$ , где  $K_{Qx} = \mu b \sqrt{2P_{\text{др}}} / \rho$  – коэффициент усиления по перемещению  $x$ , а  $P_{\text{др}}$  – перепад давления на дросселе;
- датчик температуры кондуктометрического типа (рис. 1.5, в), сопротивление  $R(T)$  одного из плеч электрического моста помещено в поток воздуха и меняется в зависимости от его температуры  $\Delta T_{\text{вх}}, 0 \text{ К}$ . Напряжение на выходе  $\Delta U(t)$  пропорционально изменению температуры  $\Delta U(t) = K_T T$ , где  $K_T$  – коэффициент усиления по температуре;
- электроламповый усилитель (триод, рис. 1.5, з), для которого  $\Delta U_{\text{вых}}(t) = K_{\text{ус}} \Delta U_{\text{вх}}(t)$ , где  $K_{\text{ус}} = \mu R / (R + r)$ ,  $\mu$  – коэффициент усиления лампы;
- датчик давления мембранного типа (рис. 1.5, д), для которого  $\Delta y(t) = K_{\text{чз}} \Delta P(t)$ , где  $K_{\text{чз}} = F / C$  – коэффициент усиления датчика;
- шестеренная передача (рис. 1.5, е), для которой  $\Delta \varphi_{\text{вых}}(t) = K \Delta \varphi_{\text{вх}}(t)$ , где  $K = 1 / i$ , а  $i$  – передаточное число редуктора.

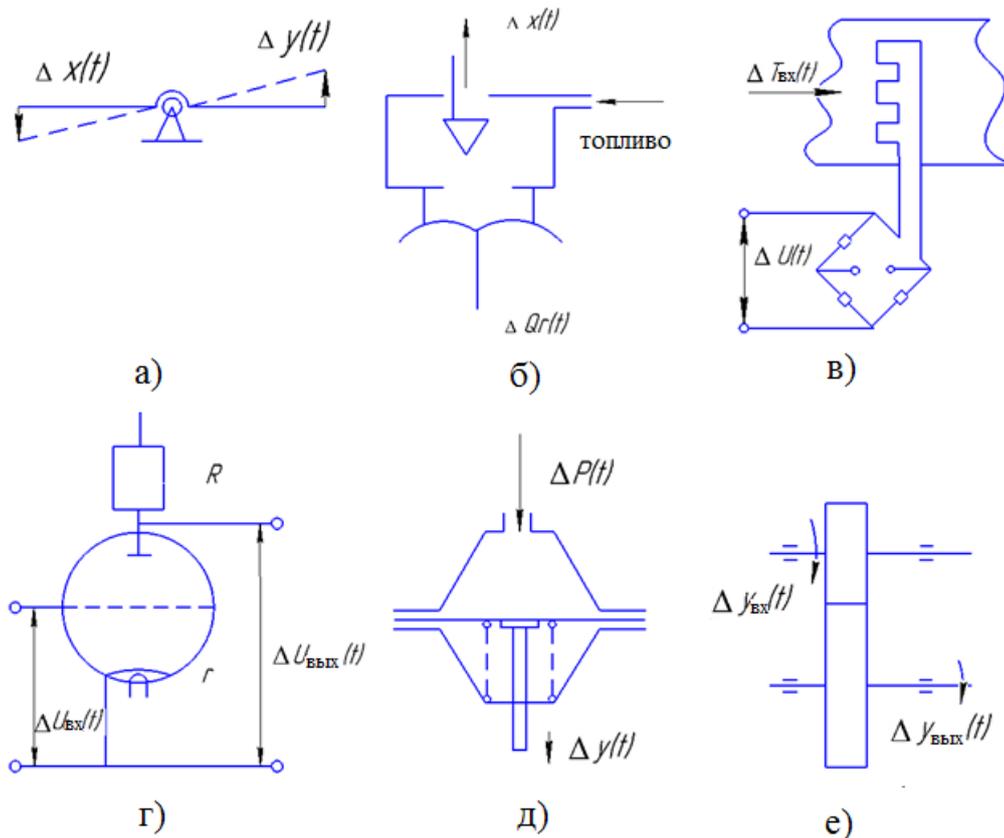


Рис. 1.5. Примеры усилительных звеньев

### Инерционные (апериодические) звенья первого порядка.

При заметном накоплении энергии внутри звена (устройства) дифференциальное уравнение может иметь вид

$$T\Delta\dot{y}(t) + \Delta y(t) = K\Delta x(t), \quad (1.16)$$

для которого  $K$  – коэффициент усиления, а  $T$  – постоянная времени. Коэффициент усиления имеет тот же смысл, что и в случае усилительных звеньев, а постоянная времени является мерой накопления энергии внутри звена. Накопители энергии бывают различной физической природы. Выделяют накопители механической энергии (перемещение инерционных тел запаздывает по отношению к приложенному воздействию), гидравлической энергии (изменение гидравлических параметров запаздывает по отношению к приложенному воздействию), электромагнитной энергии и т.п.

Типичным примером накопителя гидравлической энергии является гидроусилитель (рис. 1.6, а). Если инерционность подвижных частей гидроусилителя пренебрежимо мало и нагрузка на шток отсутствует, то для малых отклонений от положения равновесия

( $\Delta x \ll x_0$ ) динамическая модель имеет вид уравнения баланса расходов (1.17) и перемещения золотника (1.18):

$$\Delta Q_{\text{зол}}(t) = \Delta Q_{\text{гц}}(t), \quad (1.17)$$

или  $K_{Q_x} \Delta x_{\text{зол}}(t) = F \Delta \dot{y}(t)$  – баланс расходов

$$\Delta x_{\text{зол}}(t) = K_{\text{рыч}} \Delta x(t) - K_{\text{ос}} \Delta y(t), \quad (1.18)$$

где  $K_{\text{рыч}} = b / (a + b)$  – коэффициент усиления рычага;  $K_{\text{ос}} = a / (a + b)$  – коэффициент усиления обратной связи.

Решая уравнения (1.17) и (1.18) совместно легко получить основное уравнение динамики гидроусилителя.

$$T_{\text{гв}} \Delta \dot{y}(t) + \Delta y(t) = K_{\text{гв}} \Delta x(t), \quad (1.19)$$

где  $T_{\text{гв}} = F / K_{Q_x}$  – постоянная времени;  $K_{\text{гв}} = K_{\text{рыч}} / K_{\text{ос}}$  – коэффициент гидроусилителя.

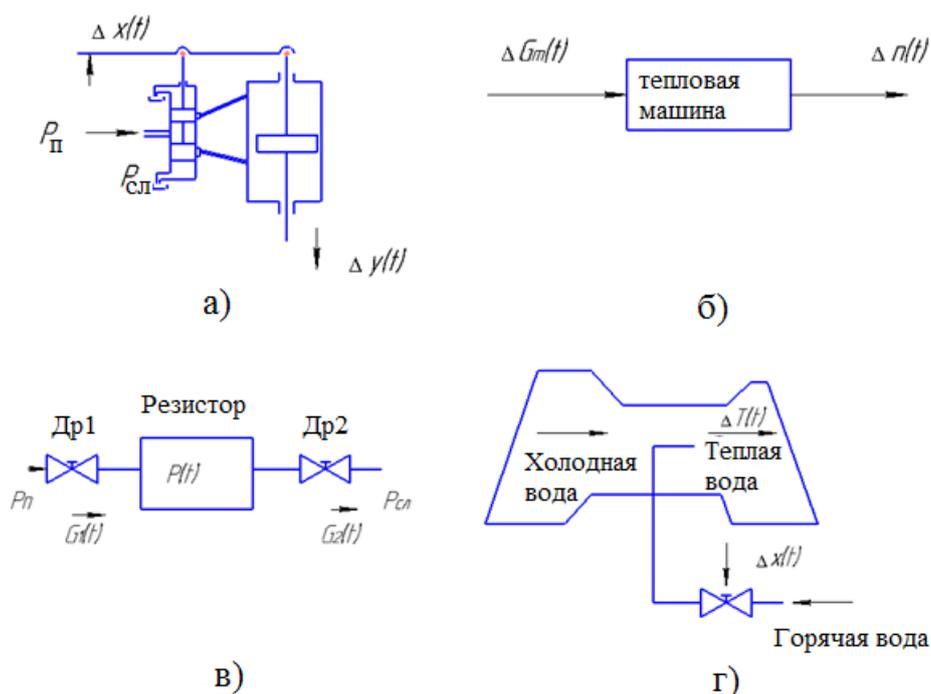


Рис. 1.6. Примеры аperiodических звеньев

Инерционность в данном случае обусловлена исключительно гидравлическими процессами, а именно конечной скоростью истечения через дросселирующую щель золотникового гидрораспределителя и конкретными размерами гидроцилиндра; постоянная времени гидроусилителя может стать пренебрежимо малой в случае малой площади гидроцилиндра или большой

дросселирующей щели. Следует обратить внимание, что жидкость при выводе уравнения (1.19) считалась несжимаемой, инерция подвижных частей отсутствовала. Учет сжимаемости жидкости и инерции подвижных частей может привести к колебательному динамическому звену.

Тепловой двигатель роторного типа может быть описан дифференциальным уравнением вида

$$\frac{Jd\omega}{dt} = M_{дв}(\omega, G_T) - M_{сопр}(\omega), \quad (1.20)$$

где  $J$  – момент инерции вращающихся частей;  $M_{дв}, M_{сопр}$  – движущийся момент и момент сопротивления.

Моменты в (1.20) являются нелинейными функциями многих переменных. Для малых изменений частоты вращения и при некоторых других упрощениях уравнение можно привести к виду

$$T_{дв} \Delta \dot{n}(t) = \Delta n(t) = K_{дв} \Delta G_T(t), \quad (1.21)$$

где  $K_{дв} = -\frac{(\partial M_u / \partial G_T)_0}{(\partial M_u / \partial n)_0}$  – коэффициент усиления;  $T_{дв} = -\frac{2\pi J}{(\partial M_u / \partial n)_0}$

– постоянная времени;  $M_u = M_{дв} - M_{сопр}$  – избыточный момент.

Ротор двигателя с объемом (рис. 1.6, в) является накопителем гидравлической (пневматической) энергии.

В стационарном режиме расходы  $G_{10}$  притока и  $G_{20}$  расход из ресивера равны, т.е.  $G_{10} = G_{20}$ , а давление в ресивере  $P_{сл} < P_0 < P_{п}$ .

Составим уравнение динамики звена, рассматривая в качестве входного сигнала возмущение расхода  $\Delta G_2(t)$  (или  $\Delta G_1(t)$ ), а выходного – давления  $\Delta P(t)$ . Возмущение расхода из ресивера  $\Delta G_2(t) = G_{20} + \Delta G_2(t)$  или притока  $\Delta G_1(t) = G_{20} + \Delta G_2(t)$  приводим к соответствующему возмущению массы жидкости (газа) в емкости, которое определим как  $\Delta G_{сж}(t)$ , т.е.

$$\Delta G_{сж}(t) = G_1(t) - G_2(t) = G_{10} + \Delta G_1(t) - G_{20} - \Delta G_2(t), \quad (1.22)$$

или

$$\Delta G_{сж}(t) = \Delta G_1(t) - \Delta G_2(t), \quad (1.23)$$

$$\Delta G_{\text{сж}}(t) = \begin{cases} \frac{d}{dt} \left( \frac{PV}{RT} \right) - \text{для газа} \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{PG_0}{E} \right) - \text{для жидкости.} \end{cases} \quad (1.24)$$

Считая приход газа постоянным и зависящим от давления

$$G_1(t) = -K\Delta P, \quad (1.25)$$

и подставляя (1.24) и (1.25) в (1.23) получим

$$\begin{cases} \frac{V\Delta\dot{P}}{RT} \\ \frac{G_0\Delta\dot{P}}{E} \end{cases} = -K\Delta P - \Delta G_2(t); \quad (1.26)$$

$$T_p\Delta\dot{P}(t) + \Delta P(t) = K_p\Delta G_2(t), \quad (1.27)$$

где  $T_p = \begin{cases} \frac{V}{KRT} \\ \frac{G_0}{EK} \end{cases}$  – постоянная времени;  $K_p = \frac{1}{K}$  – коэффициент

усиления.

Смеситель горячей и холодной воды может быть описан также дифференциальным уравнением первого порядка

$$\tau\Delta\dot{T}(t) + \Delta T(t) = K\Delta x, \quad (1.28)$$

где  $K, \tau$  – коэффициент и постоянная времени смесителя.

**Колебательные динамические звенья.** В машинах и аппаратах САР нередко возникают крайне нежелательные колебательные процессы; особенно опасными являются резонансные явления и автоколебания. В лучшем случае эти процессы ухудшают характеристики, ресурс, а в худшем – приводят к поломкам. Необходимым условием колебаний является наличие в системе колебательных звеньев.

В механике наиболее распространенным колебательным звеном является груз, подвешенный на пружине. В гидромеханических устройствах роль пружины выполняет рабочая жидкость, которая, как известно, только теоретически является несжимаемой.

В электрических устройствах типичным колебательным контуром является  $LC$  – контур (индуктивность + емкость).

Математическое моделирование колебательных звеньев составляет содержание капитальных звеньев составляет содержание капитальных курсов теории колебаний. В дальнейшем ограничимся описанием гидро- и электромеханических колебательных звеньев.

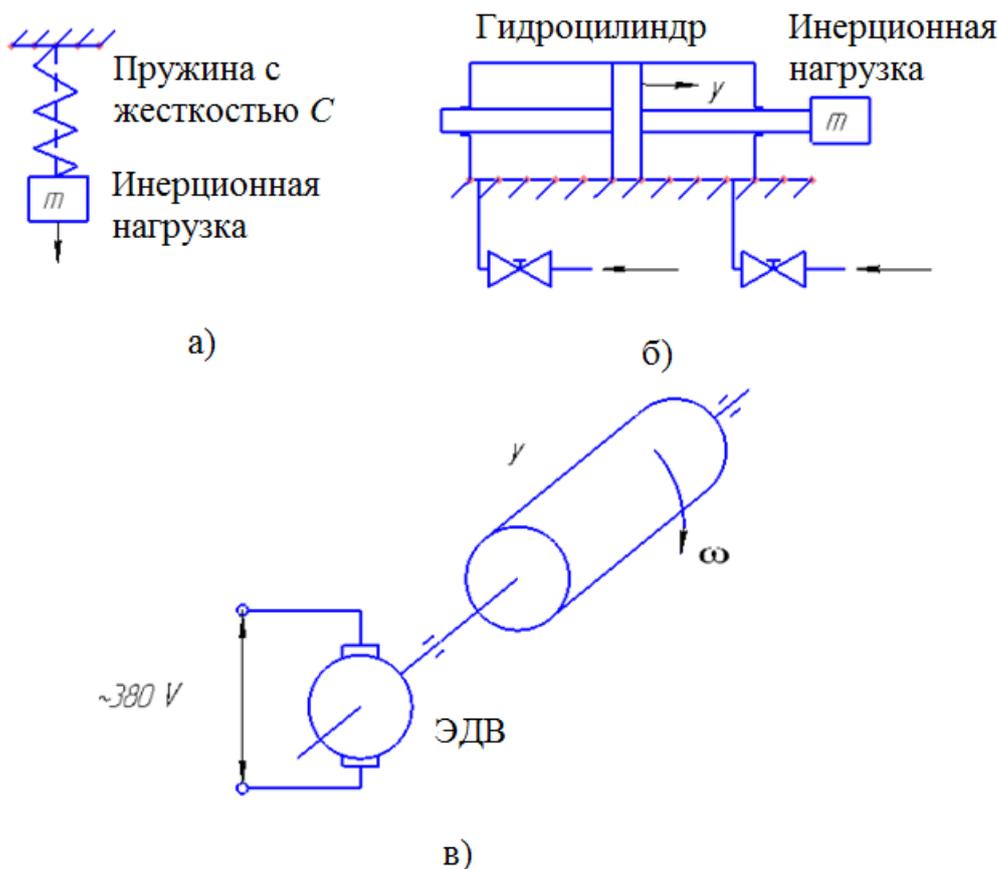


Рис. 1.7. Примеры устройств, описываемых динамическим колебательным звеном

На рис. 1.7, а изображено классическое колебательное звено. Колебания груза могут быть вызваны мгновенным импульсом или внезапным приложением и последующим устранением внешней силы. Для вывода дифференциального уравнения движения воспользуемся уравнением Ньютона, согласно которому произведение  $m\Delta\ddot{x}$  (масса на ускорение) равно алгебраической сумме всех сил, т.е. равно равнодействующей всех сил, действующих в направлении ускорения. В нашем случае эта равнодействующая будет равна  $mg - (mg + C\Delta x)$ , где  $C$  – жесткость пружины, таким образом

$$m\Delta\ddot{y} = mg - (mg + C\Delta y) = -C\Delta y, \quad (1.29)$$

где положительным направлением движения считается движение вниз (см. рис. 1.7, а).

Уравнение (1.29) представим в виде

$$T_c^2 \Delta\ddot{y} + \Delta y = 0,$$

или

$$\Delta\ddot{y} + \omega_c^2 \Delta y = 0, \quad (1.30)$$

где  $T_c = \sqrt{m/c}$  постоянная времени колебательного звена, а  $\omega_c = \sqrt{c/m}$  – собственная частота колебаний.

Колебания, описываемые (1.30), называются собственными, во время таких колебаний система изолирована от всяких внешних (входных) воздействий. Если же приложить внешнее периодическое воздействие (вынуждающую периодическую силу) с частотой  $\omega$ , то такие колебания будем называть вынужденными. В этом случае

$$m\Delta\ddot{y}(t) + C\Delta y(t) = \Delta x(t), \quad (1.31)$$

где

$$\Delta x(t) = \Delta\tilde{x} \sin \omega t, \quad (1.32)$$

или

$$T^2 \Delta\ddot{y}(t) + \Delta y(t) = K \Delta\tilde{x} \sin \omega t, \quad (1.33)$$

где  $T = \sqrt{m/c}$  и  $K = 1/c$  – соответственно, постановка времени и коэффициент усиления.

В реальных системах имеют место силы сопротивления (трения), которые в любой момент направлены против направления движения. Если в линейном приближении силу трения представить в виде  $F_{\text{тр}} = -K_{\text{тр}} \Delta\dot{y}(t)$ , то уравнение (1.31) и (1.32) преобразует к виду:

$$m\Delta\ddot{y}(t) + K_{\text{тр}} \Delta\dot{y}(t) + C\Delta y(t) = \Delta x(t), \quad (1.34)$$

$$T^2 \Delta\ddot{y}(t) + 2\xi T \Delta\dot{y}(t) + \Delta y(t) = K \Delta x(t). \quad (1.35)$$

Естественно имеет смысл рассматривать динамические входные воздействия (например, периодическую силу или ступенчатое возмущение), так как при постоянных квазистационарных воздействиях колебаний не возникает. Наибольший интерес представляет действие гармонической (синусоидальной) силы с

частотой  $\omega$ ; известно, что при совпадении частот  $\omega_c$  собственной и  $\omega$  вынуждающей наблюдается явление резонанса, т.е. существенное увеличение амплитуды колебаний.

Гидроцилиндр с присоединенной инерционной нагрузкой массой  $m$  (рис. 1.7, б) при определенных условиях обладает свойствами колебательного звена; роль пружины играет сжимаемая рабочая жидкость, заполняющая полости гидроцилиндра. Поэтому, если к штоку внезапно положить нагрузку и затем быстро ее устранить, то шток с массой  $m$  будет колебаться с собственной частотой  $\omega_c = \sqrt{C_r / m}$ , где  $C_r = 2EF^2 / V_0$  – гидродинамическая жесткость. При приложении внешней периодической силы, например, периодического изменения проходного сечения дросселей на входе  $\Delta x_1$  или на выходе  $\Delta x_2$  давления в полости и их разность  $\Delta P_{дв}$  также будут колебаться, что приведет к колебаниям самого штока  $\Delta y$ .

Основное уравнение движения поршня (движущихся частей) записывается на основании 2 закона Ньютона

$$m\Delta\ddot{y}(t) = \Delta F_{дв}(t) - \Delta F_{сопр}(t), \quad (1.36)$$

$$m\Delta\ddot{y}(t) = F\Delta P(t) - \Delta K_{тр}\Delta\dot{y}(t). \quad (1.37)$$

Колебание давления  $\Delta P(t)$  свяжем с колебанием  $\Delta x(t)$  с помощью линеаризованного уравнения неразрывности

$$K_{Q_x}\Delta x - K_{Q_p}\Delta P = F\Delta\dot{y} + \frac{V\Delta\dot{P}}{2E}. \quad (1.38)$$

Исключая из уравнений (1.37) и (1.38) возмущение давления и его производную получим основное уравнение динамики устройства

$$\frac{d}{dt} [T_\Gamma T_M \Delta\ddot{y}(t) + T_M \Delta\dot{y}(t) + \Delta y(t)] = K_{V_x} \Delta x, \quad (1.39)$$

где  $T_\Gamma = \frac{V_0}{2EK_{Q_p}}$  – гидравлическая постоянная времени (учитывает

сжимаемость);  $T_M = \frac{mK_{Q_p}}{F^2}$  – механическая постоянная времени

(учитывает инерцию движущихся масс);  $K_{V_x} = \frac{K_{Q_x}}{F}$  – коэффициент усиления гидропривода по скорости.

В квадратных скобках в (1.39) находится уравнение, описывающее колебательное звено.

В электродвигателе вращательного движения (рис. 1.7, в) упругие свойства обусловлены электромагнитными процессами: величина противо-ЭДС равная  $E = C_e \omega$ , где  $C_e$  – коэффициент противо-ЭДС.

Основное уравнение динамики вращающейся части электропривода  $J_\Sigma$  – моменты инерции ротора электродвигателя и присоединенных к нему масс)

$$J_\Sigma \frac{d\omega}{dt} = M_{дв} - M_{сопр}, \quad (1.40)$$

где  $M_{дв} = K_M I_\я$ ;  $K_M$  – коэффициент момента Нм/А;  $I_\я$  – ток, протекающий по цепи управления якоря,  $M_{сопр}$  – момент сопротивления.

Уравнение электрического равновесия, т.е. баланс напряжений в цепи электродвигателя

$$U_y = C_e \omega + I_\я R_\я + L_\я \frac{dI_\я}{dt}, \quad (1.41)$$

где  $R_\я$  – активное сопротивление в цепи якоря, а  $L_\я$  – индуктивность обмотки якоря.

Исключая ток  $I_\я$  якоря из уравнений (1.40) и (1.41) и пренебрегая моментом  $M_{сопр}$  сопротивления получим

$$K_y U_y = T_\mathcal{E} T_M \ddot{\omega} + T_M \dot{\omega} + \omega, \quad (1.42)$$

где  $K_y = 1/C_e$  – коэффициент усиления;  $T_\mathcal{E}$  – электромагнитная постоянная, характеризующая скорость нарастания момента в заторможенном двигателе;  $T_M = \frac{I_\Sigma R_M}{C_e K_{M1}}$  – механическая постоянная

времени, характеризующая нарастание скорости и определяемая механическими параметрами электродвигателя.

Исключительная линейность электрических процессов позволяет записывать уравнение динамики для больших изменений аргумента в отличие, например, от гидромеханических процессов.

**Интегрирующие и дифференцирующие динамические звенья.** У некоторых динамических звеньев при действии на входе возмущений на выходе реализуется не сама физическая выходная величина, а ее интеграл или производная. Такие звенья принято называть интегрирующими или дифференцирующими.

Типичными представителями интегрирующих звеньев является ненагруженный гидроусилитель (рис. 1.8, а) и ненагруженный электродвигатель (рис. 1.8, б).

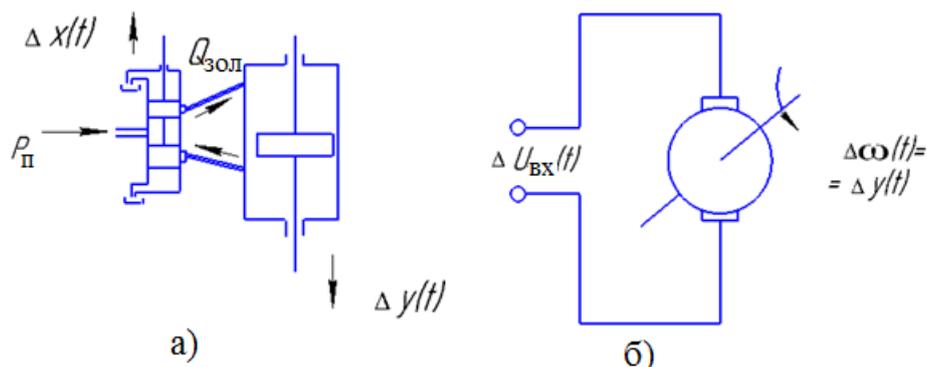


Рис. 1.8. Примеры устройств, описываемых динамическим интегрирующим звеном

Для ненагруженного гидроусилителя ширина щели определяется только входным перемещением золотника  $\Delta x_{\text{вх}}$ , поэтому линейную модель можно представить в виде  $\Delta Q_{\text{зол}} = K_{Q_x} \Delta x_{\text{вх}}$  и  $\Delta Q_r = F \Delta \dot{y}(t)$ .

Приравняв расходы получим основное уравнение динамики

$$K_{Q_x} \Delta x(t) = F \Delta \dot{y}(t),$$

или

$$T_u \Delta \dot{y}(t) = \Delta x(t), \quad (1.43)$$

где  $T_u = F / K_{Q_x}$  — постоянная времени интегрирования гидроусилителя.

Аналогичное уравнение получается и для ненагруженного электропривода; его можно вывести, например, из уравнения (1.42) для случая  $m = 0$  или, что то же самое,  $T_M = 0$

$$K_{\omega} U_y(t) = \omega(t) = \dot{\phi}(t),$$

или

$$T_u \dot{\phi}(t) = U_y(t), \quad (1.44)$$

где  $T_u = 1 / K_{\mathcal{D}}$  – постоянная времени электропривода.

Название этого звена легко объяснимо тем, что при интегрировании уравнений (1.43) и (1.44) получается интегральное уравнение для выходной величины

$$\Delta y(t) = \int_0^t \Delta x(t) dt. \quad (1.45)$$

Дифференцирующие динамические звенья в природе не встречаются, применяются в регуляторах для создания эффекта предварения (опережения) и увеличения при этом быстродействия системы. Уравнение имеет вид

$$\Delta y(t) = T_d \Delta x(t). \quad (1.46)$$

**Исследование характеристик динамических звеньев.** Если входное воздействие будет представлять простейшую аналитическую функцию, то дифференциальные уравнения легко решаются и задачи анализа во временной области существенно упрощаются.

В качестве воздействий такого типа в теории автоматического регулирования принимают ступенчатую единичную (см. рис. 2.6, а) и гармоническую (синусоидальную) функции (рис. 2.6, б).

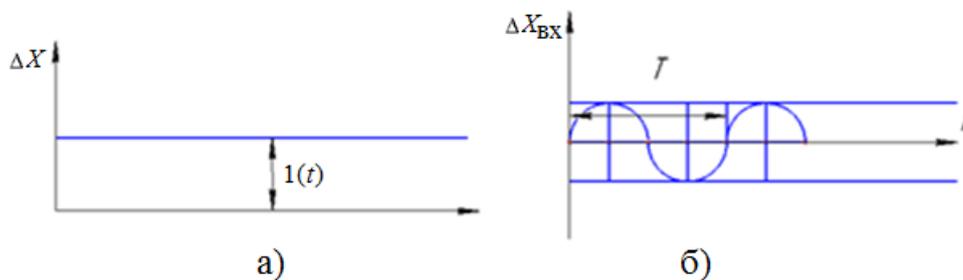


Рис. 1.9. Единичная функция характеризуется таким выражением

$$\Delta x(t) = 1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ 1 & \text{при } t \geq 0, \end{cases} \quad (1.47)$$

а гармоническая  $\Delta x(t) = \tilde{x} \sin \omega t$ , где  $\omega = 1 / T$  – круговая частота.

В дальнейшем будут рассматриваться только такие возмущения.

**Преобразование Лапласа.** Наиболее просто дифференциальные уравнения решаются с помощью преобразования Лапласа. Спектром

Лапласа или преобразованием Лапласа данной функции  $x(t)$  называют, по определению

$$x(S) = \int_0^{\infty} x(t) I^{-St} dt, \quad (1.48)$$

где  $S$  – комплексное число; это преобразование кратко обозначают так:  $x(S) = L[x(t)]$  или  $x(s) \div x(t)$ . Мы будем пользоваться и тем и другим обозначением.

Обратное преобразование Лапласа, т.е. определение функции по заданному изображению  $x(S)$ , имеет вид:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi i} \int x(S) e^{St} dS, \quad (1.49)$$

которое можно кратко записать так  $x(t) = L^{-1}[x(S)]$  или  $x(S) = L^{-1}[x(t)]$ .

Прямое и обратное преобразование некоторых распространенных функций представлено в табл. 1.1. и 1.2.

Таблица 1.1

Прямое преобразование Лапласа

№п/п	Функция (оригинал)	Изображение
1	$x(t)$	$x(S)$
2	$x(t)$	$S\Delta x(S)$
3	$x(t)$	$S^2\Delta x(S)$
4	$x^{(n)}(t)$	$S^n\Delta x(S)$
5	$\int x(t) dt$	$x(S)/S$

Таблица 1.2

Обратное преобразование Лапласа

№п/п	Изображение	Оригинал
1	2	3
1	$1/S$	$1/t$
2	$\frac{1}{S(TS+1)}$	$1 - e^{-t/T}$
3	$\frac{1}{S^2(TS+1)}$	$T(e^{-t/T} + \frac{t}{T} - 1)$
4	$\frac{1}{S(T_1S+1)(T_2S+1)}$	$1 + \frac{1}{T_2 - T_1} (T_1 e^{\frac{t}{T_1}} - T_2 e^{\frac{t}{T_2}})$
5	$\frac{1}{S(TS+1)}$	$1 - (1 + t/T)e^{-t/T}$

1	2	3
6	$\frac{1}{S(T^2S^2 + 2\xi TS + 1)}$	$1 - \frac{e^{-\xi t/T}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}t + \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right); \xi < 1$
7	$\frac{1}{T^2S^2 + 2\xi TS + 1}$	$\frac{e^{-\xi t/T}}{T\sqrt{1-\xi^2}} \sin\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}t$
8	$\frac{1}{TS + 1}$	$\frac{1}{T}e^{-t/T}$
9	$\frac{1}{(TS + 1)^n}$	$\frac{1}{(n-1)! T^n} t^{n-1} e^{-t/T}$

Основная идея использования преобразования Лапласа для решения дифференциальных уравнений заключается в следующем: дифференциальное уравнение путем преобразования по Лапласу обращается в алгебраическое уравнение; последнее решается тем или иным способом, а окончательное решение (т.е. решение в оригиналах) определяется с помощью обратного преобразования Лапласа.

Однако, преобразование Лапласа дает возможность анализировать дифференциальное уравнение динамики не только путем его решения, но и возможностью составления так называемых передаточных функций.

**Передаточная функция динамического звена (системы звеньев).** Передаточной функцией  $W(S)$  элемента (системы) называется отношение преобразованной по Лапласу выходной координаты  $\Delta y(S)$  к преобразованному входному воздействию  $\Delta x(S)$ , т.е.

$$W(S) = \Delta y(S) / \Delta x(S). \quad (1.50)$$

Передаточная функция получается формально из дифференциального уравнения после замены в нем символа кратного дифференцирования на соответствующую степень  $S$  и соответствующего деления. Если, например, дифференциальное уравнение записано в виде

$$T^2 \Delta \ddot{y}(t) + 2\xi T \Delta \dot{y}(t) + \Delta y(t) = K \Delta x(t), \quad (1.51)$$

то преобразованное по Лапласу

$$T^2 S^2 \Delta \ddot{y}(S) + 2\xi TS \Delta \dot{y}(S) + \Delta y(S) = K \Delta x(S). \quad (1.52)$$

Передаточная функция звена

$$W(S) = \frac{\Delta y(S)}{\Delta x(S)} = \frac{K}{T^2 S^2 + 2\xi TS + 1}. \quad (1.53)$$

В табл. 1.3 представлены дифференциальные уравнения и соответствующие передаточные функции изучаемых типовых звеньев.

Таблица 1.3

№ п/п	Название	Дифференциальное уравнение	Передаточная функция
1	Усилительное (безынерционное)	$\Delta y(t) = K \Delta x(t)$	$W(S) = K$
2	Инерционное	$T \Delta \dot{y}(t) + \Delta y(t) = K \Delta x(t)$	$W(S) = \frac{K}{TS + 1}$
3	Колебательное	$T^2 \Delta \ddot{y}(t) + 2\xi T \Delta \dot{y}(t) + \Delta y(t) = K \Delta x(t)$	$W(S) = \frac{K}{T^2 S^2 + 2\xi TS + 1}$
4	Интегрирующее	$T_u \Delta \dot{y}(t) = \Delta x(t)$	$W(S) = \frac{1}{T_u S}$
5	Дифференцирующее (идеальное)	$\Delta y(t) = T_d \Delta \dot{x}(t)$	$W(S) = T_d S$
6	Дифференцирующее (реальное)	$T \Delta \dot{y}(t) + \Delta x(t) = T_d \Delta \dot{x}(t)$	$W(S) = \frac{T_d S}{TS + 1}$

**Структурная схема автоматической системы.** Структурной схемой в теории автоматического управления называется графическое изображение математической модели системы в виде соединения звеньев. В отличие от принципиальной и функциональной схем структурная схема отображает динамические свойства системы. Ее задача – наиболее наглядно показать математическую сторону преобразования изменяющихся во времени сигналов отдельными элементами и всей системы в целом.

Переход от реальных элементов САУ к их математическим моделям – динамическим моделям – позволяет абстрагироваться от физических принципов построения системы, поэтому структурные схемы являются основой универсальных методов исследования САУ.

При составлении структурной схемы динамическое звено изображают в виде прямоугольника (рис. 1.10, а), внутри которого записывается оператор преобразования сигналов (чаще всего передаточная функция).

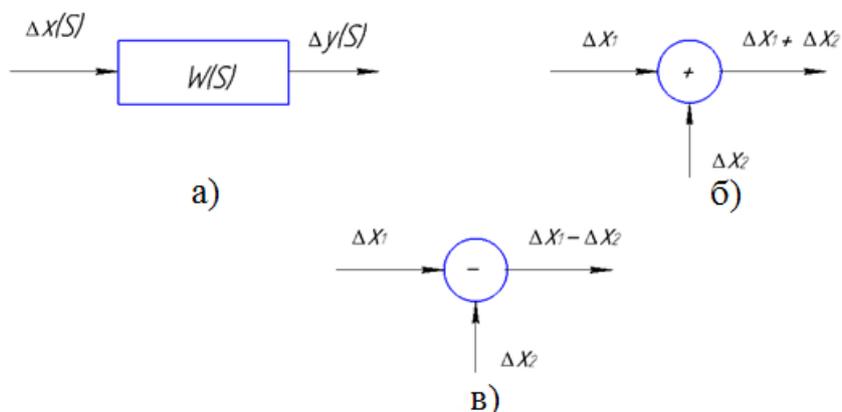


Рис. 1.10. Элементы структурной схемы

Соединения (связи) звеньев показывают линиями со стрелками, указывающими направление передачи воздействий. Суммирующие и сравнивающие звенья изображают (рис. 1.10, б и в) в виде круга. Узлы разветвления, в которых воздействия расходятся на несколько направлений, обозначают точками.

Для составления структурной схемы элементы САУ по известному дифференциальному уравнению нужно записать его в изображениях по Лапласу, а затем решение полученного алгебраического уравнения изобразить в виде схемы, приняв на ней условные обозначения структурных схем.

На рис. 1.11 показаны примеры составления структурной схемы апериодического звена, описываемого уравнением

$$T \Delta \dot{y}(t) + \Delta y(t) = K \Delta x(t) \quad (1.54)$$

или уравнением в изображениях

$$TS \Delta y(S) + \Delta y(S) = K \Delta x(S). \quad (1.55)$$

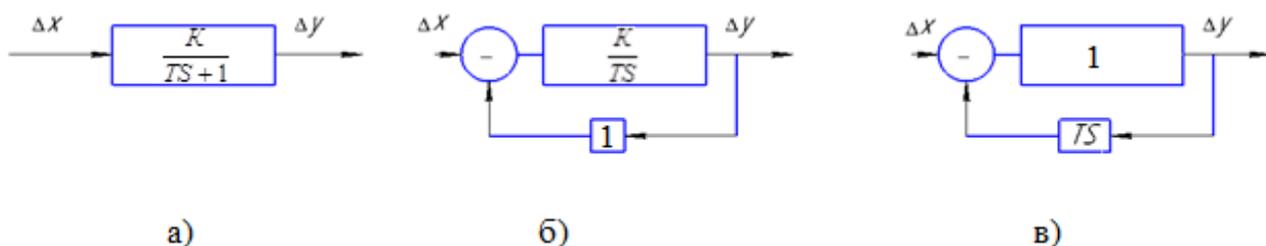


Рис. 1.11. Примеры структурных схем

Структурная схема элемента не является однозначной, вид ее зависит от формы записи уравнения в изображениях. Однако конечный результат при любых вариантах составления структурных схем должен быть одним и тем же.

Основными типами соединений звеньев в автоматических системах является последовательное, параллельное и соединение с обратной связью.

Последовательным называется такое соединение, при котором выход каждого предыдущего звена связан со входом последующего (рис. 1.12, а).

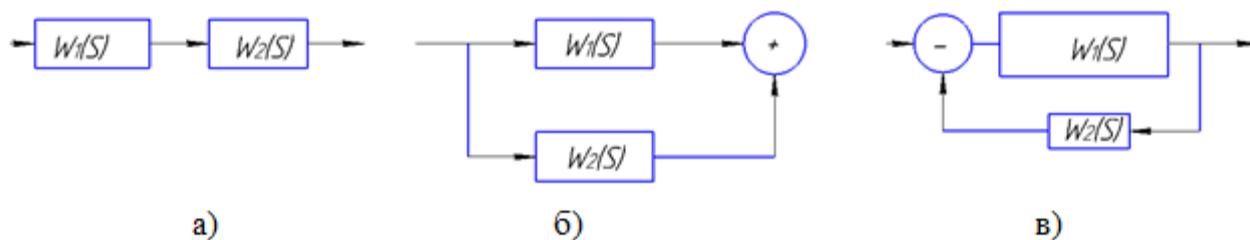


Рис. 1.12. Примеры образования структурных схем

Передаточная функция системы последовательно соединенных звеньев равна произведению передаточных функций всех звеньев, входящих в соединение. Для примера, указанного на рис. 1.12, а, записываем

$$W(S) = W_1(S)W_2(S). \quad (1.56)$$

Параллельным называется такое соединение звеньев, при котором входное воздействие всех звеньев одинаково, а их выходные координаты алгебраически суммируются (рис. 1.12, б). Передаточная функция параллельно соединенных звеньев равна алгебраической сумме передаточных функций всех звеньев, входящих в соединение. Для примера, изображенного на рис. 1.12, б, записываем:

$$W(S) = W_1(S) + W_2(S). \quad (1.57)$$

Соединением с обратной связью называется такое соединение, при котором с выхода звена воздействие по цепи обратной связи передается на его вход (рис. 1.12, в). Передаточная Функция звена, охваченного обратной связью, равна дроби, в числителе которой записывается передаточная функция охватываемого звена, а знаменатель – сумма (или разность при положительной обратной

связи) единицы и произведения передаточной функции прямой цепи и обратной связи. Для примера, показанного на рис. 1.12, в, записываем

$$W(S) = \frac{W_1(S)}{1 \pm W_1(S)W_2(S)}. \quad (1.58)$$

**Частотные характеристики элементов САУ.** Если на вход линейного стационарного элемента (системы) подать гармонический сигнал  $\Delta x(t) = A_{\text{ВХ}} \sin \omega t$  (рис. 1.13, а), то на выходе после окончания переходного процесса также устанавливаются гармонические колебания  $\Delta y(t) = A_{\text{ВЫХ}} \sin(\omega t + \varphi)$  с той же частотой  $\omega$ .

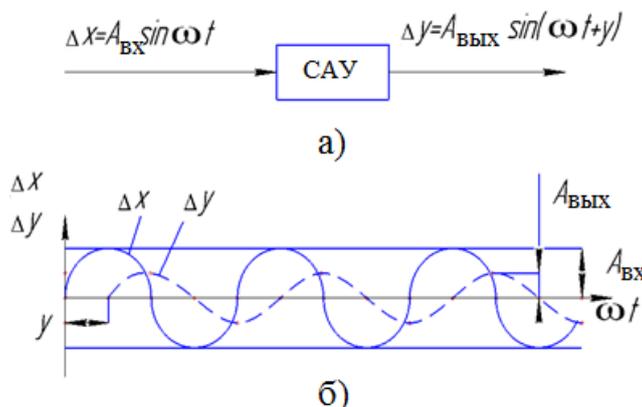


Рис. 1.13. Пример САУ и ее АФЧХ

Эти колебания сдвинуты по фазе относительно входного сигнала на угол  $\varphi$  и их амплитуда  $A_{\text{ВЫХ}}$  в общем случае будет отличаться от амплитуды входного сигнала  $A_{\text{ВХ}}$ . АЧХ системы – ( $M = A_{\text{ВЫХ}} / A_{\text{ВХ}}$ ) отражают изменение отношения амплитуд выходного и входного гармонических сигналов при изменении их частоты  $\omega$ . ФЧХ в этих условиях показывает, как изменяется сдвиг фазы выходного сигнала относительно входного.

Наиболее просто выражение для  $M(\omega)$  и  $\varphi(\omega)$  получаются из выражения для  $W(i\omega)$  амплитудно-фазовой частотной характеристики, которая в свою очередь определяется из выражения для передаточной функции путем замены  $S = i\omega$ , где  $i = \sqrt{-1}$  – комплексная единица.

Если в любое выражение для передаточной функции, например, приведенных в табл. 1.3, подставить  $S = i\omega$ , то получим выражение

для  $W(i\omega)$  в виде комплексного числа, содержащего действительную  $Re$  и мнимую  $Jm$  части, т.е.  $W(i\omega) = Re(\omega) + iJm(\omega)$ ; на комплексной плоскости оно (комплексное число) для каждой конкретной частоты имеет вид (рис. 1.14) точки  $A$  с координатами  $Re$  и  $Jm$ ; в полярной системе координат координаты  $W(i\omega)$  выражаются модулем

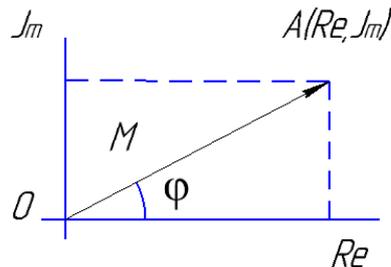


Рис. 1.14. Комплексная плоскость

$M(\omega)$  вектора  $\overline{OA}$  и его направлением  $\varphi(\omega)$ . Между декартовыми и полярными координатами имеют место очевидные соотношения:

$$M(\omega) = \sqrt{Re^2(\omega) + Jm^2(\omega)}, \quad (1.59)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{Jm(\omega)}{Re(\omega)}. \quad (1.60)$$

Приведем пример получения выражений  $W(i\omega)$  для апериодического звена с передаточной функцией  $W(S) = K / (TS + 1)$ .

Подставляя  $S=i\omega$  получим

$$W(i\omega) = \frac{K}{Ti\omega + 1} = \frac{K}{Ti\omega + 1} \frac{Ti\omega - 1}{Ti\omega - 1} = \frac{iKT\omega - K}{-T^2\omega^2 - 1}. \quad (1.61)$$

Разделяя действительную и мнимую части

$$W(i\omega) = \frac{K}{T^2\omega^2 + 1} - i \frac{KT\omega}{T^2\omega^2 + 1}, \quad (1.62)$$

$$Re(\omega) = \frac{K}{T^2\omega^2 + 1}; \quad Jm(\omega) = -\frac{KT\omega}{T^2\omega^2 + 1}; \quad (1.63)$$

$$M(\omega) = \sqrt{Re^2(\omega) + Jm^2(\omega)} = \frac{K}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}}; \quad (1.64)$$

$$\varphi = \arctg(-T\omega).$$

Так как комплексная форма  $W(i\omega)$  имеет вид  $W(i\omega) = Me^{i\varphi}$ , то для рассматриваемого примера

$$W(i\omega) = \frac{K}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}} e^{-i \operatorname{arctg}(T\omega)}. \quad (1.65)$$

Графическое изображение  $M(\omega)$  и  $\varphi(\omega)$  имеет вид:

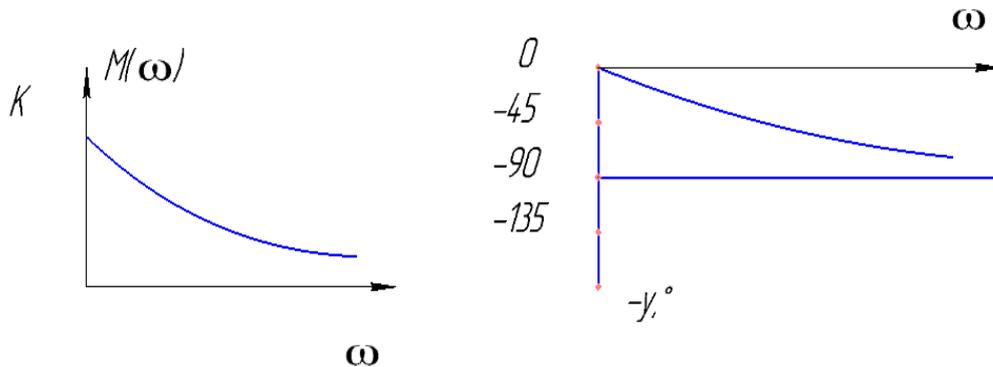


Рис. 1.15. Амплитудно фазочастотные характеристики

Классический метод исследования линейных систем основан на составлении и последующем решении дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения – это первая форма математической модели системы. Из-за сложности реальных систем и воздействий решать дифференциальное уравнение, получив результат в аналитической форме, можно только в простейших частных случаях. В более общих случаях требуются расчеты с применением ЭВМ.

Задача исследования существенно упрощается при введении второй формы математической модели – передаточной функции, так как преобразование Лапласа позволяет заменить дифференциальное уравнение алгебраическим.

Введение же третьей формы математической модели – частотной характеристики – еще больше упрощает исследование, так как позволяет решать алгебраические уравнения графически. Кроме того, частотные характеристики дают ясное физическое толкование свойств элементов и систем и основаны на привычном для инженеров графическом изображении динамических характеристик.

**Частотные характеристики и передаточные функции САР.** Структурная схема одноконтурной САР в большинстве случаев имеет вид (рис. 1.16).

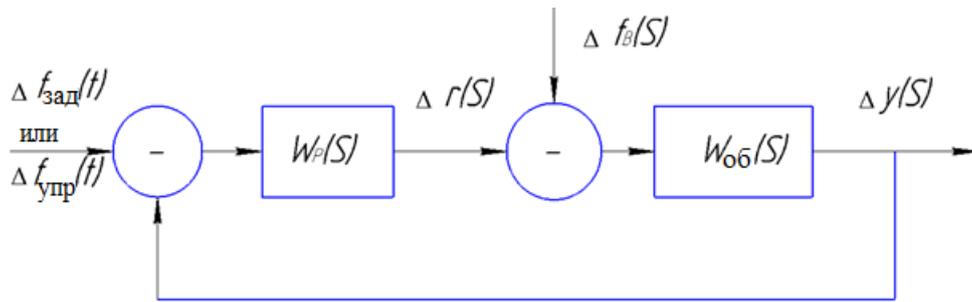


Рис. 1.16. Структурная схема одноконтурной САР

Объект регулирования чаще всего можно представить в виде инерционного звена, т.е.  $W_{об}(S) = K_{об} / (T_{об}S + 1)$ , а регулятор описывается дифференциальными уравнениями второго и больших порядков.

При выполнении работ для простоты будем описывать регулятор как звено второго порядка (колебательное или два последовательно соединенных апериодических звеньев), т.е.

$$W_p(S) = K_p / (T_p^2 S^2 + 2\xi T_p S + 1) \text{ или } W_p(S) = K_p / (T_1 S + 1)(T_2 S + 1)$$

Передаточная функция САР по управляющему воздействию равна

$$W(S) = \frac{\Delta y(S)}{\Delta f_{упр}(S)} = \frac{W_p(S)W_{об}(S)}{1 + W_p(S)W_{об}(S)}, \quad (1.66)$$

Например, если  $W_p(S) = K_p / (T_p^2 S^2 + 2\xi T_p S + 1)$ , а  $W_{об}(S) = K_{об} / (T_{об}S + 1)$ , то

$$W(S) = \frac{K_p K_{об}}{(T_p^2 S^2 + 2\xi T_p S + 1)(T_{об}S + 1) + K_p K_{об}}. \quad (1.67)$$

Знаменатель выражения (1.67) называется характеристическим полиномом

$$D(S) = (T_p^2 S^2 + 2\xi T_p S + 1)(T_{об}S + 1) + K_p K_{об}$$

В общем случае передаточная функция по управляющему воздействию имеет вид

$$W(S) = \frac{K}{S_i^v \Pi(T_i S + 1) \Pi(T_j^2 S^2 + 2\xi T_j S + 1)}, \quad (1.68)$$

где  $\nu=0,1,2,\dots$  – степень астатичности;  $T_i, T_j$  – постоянные времени апериодических и колебательных звеньев, а соответствующая АФЧХ будет определяться по формуле (1.69)

$$W(i\omega) = M(\omega)e^{i\varphi(\omega)}, \quad (1.69)$$

Передаточные функции и частотные характеристики являются важнейшими динамическими характеристиками. На основании их анализа можно сделать оценку устойчивости и точности САР.

**Логарифмические частотные характеристики динамических звеньев.** Построение АФЧХ осложняется из-за необходимости проведения громоздких и многочисленных расчетов. Существенное упрощение достигается при применении логарифмических характеристик. Это обусловлено с одной стороны тем, что логарифм произведения функций равен их сумме, а с другой – логарифмирование степенных (а значит и нелинейных) функций приводит к линейным функциям. Кроме того, при графическом изображении логарифмических характеристик растягивается начальный интервал шкалы.

Рассмотрим порядок построения логарифмических амплитудно-фазовых частотных характеристик (ЛАФЧХ).

По оси абсцисс откладывается значение  $\lg \omega$  в декадах. Одной декадой называется единица измерения  $\lg \omega$ , при которой частота изменяется в десять раз (рис. 1.17).

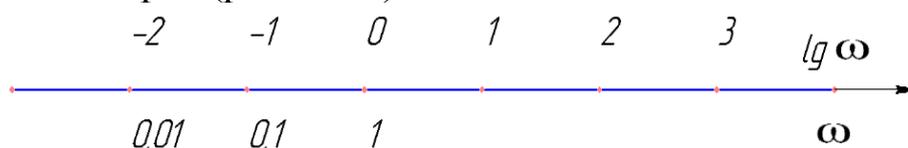


Рис. 1.17. Шкала ЛАЧХ

Действительно, если, например,  $\omega_2 = 10$ , а  $\omega_1 = 1$ , то

$$\lg \frac{10}{1} = \lg 10 - \lg 1 = 1 - 0 = 1 \text{ дек.}$$

По оси ординат ЛАФЧХ откладывается величина  $L = 20 \lg M$ ; единица измерения  $L$  децибел (дБ). Происхождение этой величины легко уяснить из следующего преобразования:

$$L = 20 \lg M = 20 \lg \left( \frac{A_{\text{ВЫХ}}}{A_{\text{ВХ}}} \right) = 10 \lg \left( \frac{A_{\text{ВЫХ}}}{A_{\text{ВХ}}} \right)^2. \quad (1.70)$$

Логарифм отношения квадратов амплитуд (или что то же: отношение мощностей колебаний) измеряется в единицах  $I$  белл; приставка "деци" означает умножение на десять.

По оси ординат ЛФЧХ откладывается величина сдвига фазы в градусах или радианах.

Покажем, как строятся ЛЧХ инерционных (апериодических) звеньев САУ.

Частотные характеристики инерционного звена определяются из выражения  $W(i\omega) = \frac{K}{TS+1} \Big|_{S=i\omega} = \frac{K}{\sqrt{T^2\omega^2+1}} I^{-i \arctg(\omega T)}$ , следовательно, ЛЧХ можно построить по формулам

$$L(\omega) = 20 \lg \frac{K}{\sqrt{T^2\omega^2+1}} = 20 \lg K - 20 \lg \sqrt{T^2\omega^2+1}, \quad (1.71)$$

$$\varphi = -\arctg(\omega T). \quad (1.72)$$

Для построения ЛАХ удобно выделить низкочастотную асимптоту  $L(\omega) \approx 20 \lg K$  при  $\omega T \ll 1$  (т.е.  $\omega \ll 1/T$ ) и высокочастотную асимптоту  $L(\omega) \approx 20 \lg K - 20 \lg \omega T$  при  $T\omega \gg 1$  (т.е.  $\omega \gg 1/T$ ); низкочастотная асимптота представляет собой отрезок прямой, отстоящей от оси абсцисс на  $20 \lg K$ , а высокочастотная асимптота – отрезок прямой с наклоном – 20 дб/дек. Точка сопряжения асимптот соответствует сопряженной частоте  $\omega = 1/T$ . Прямолинейные отрезки образуют асимптотическую ЛАХ, которая приближенно аппроксимирует действительную (точную) характеристику апериодического звена. Максимальная ошибка при аппроксимации имеет место на сопряженной частоте  $\omega = 1/T$  и равна  $-20 \lg \sqrt{2} \approx -3$  дб. На рис. 1.18 показаны асимптотическая и точная ЛАХ апериодического звена  $W(S) = 100 / (I + S0,25)$ . Здесь же приведена его ЛФХ.

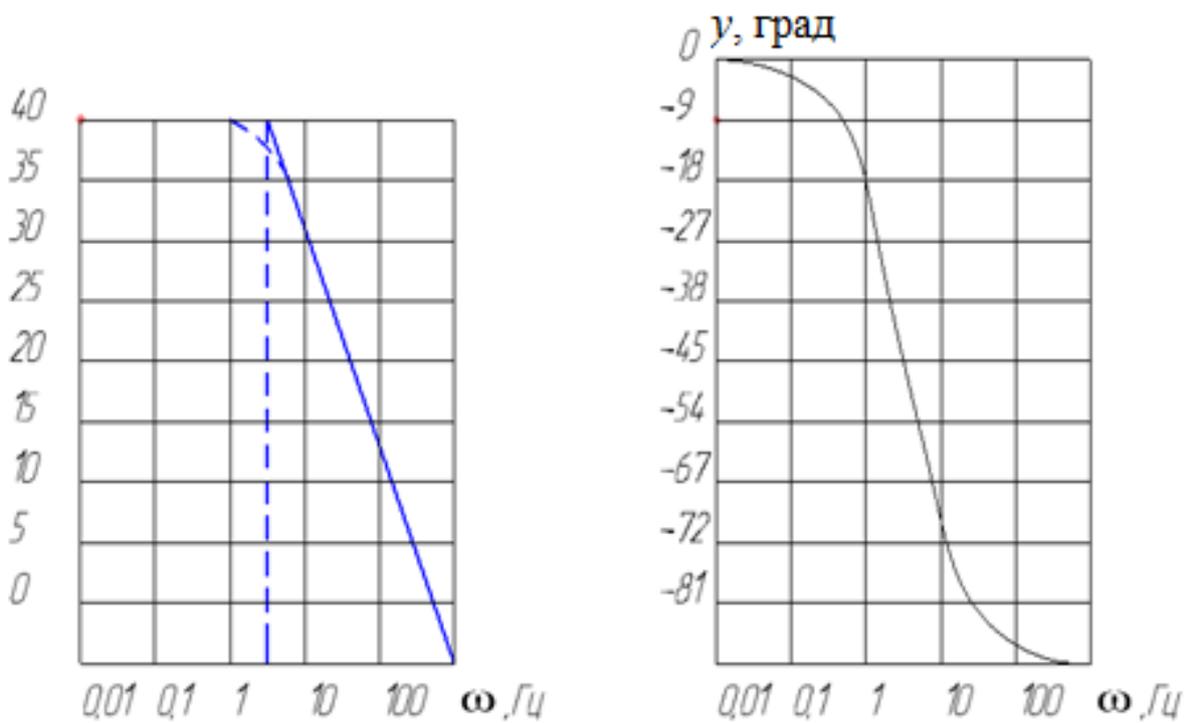


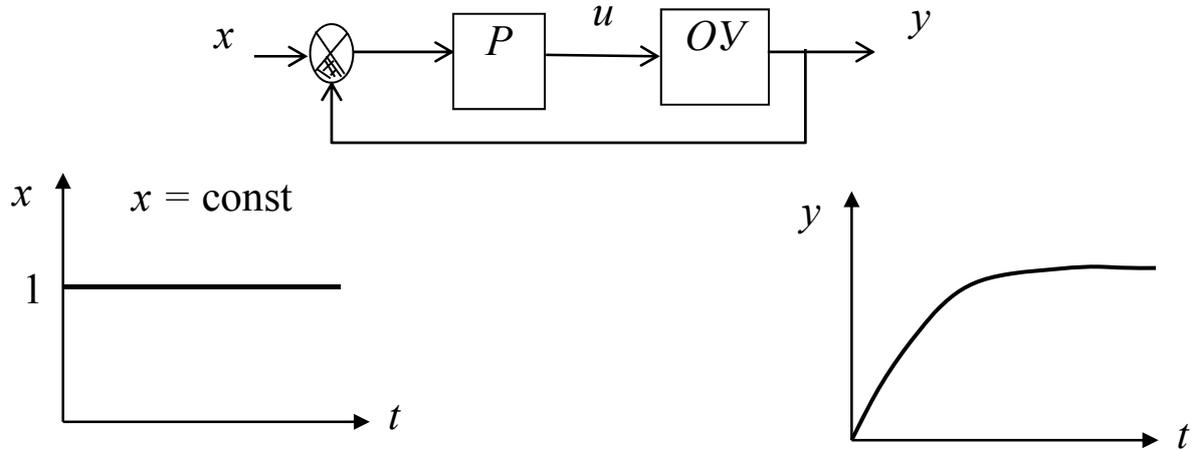
Рис. 1.18. Асимптотическая и точная ЛАХ аperiodического звена

## Тесты для закрепления теоретического материала

1. Целью функционирования САР стабилизации является

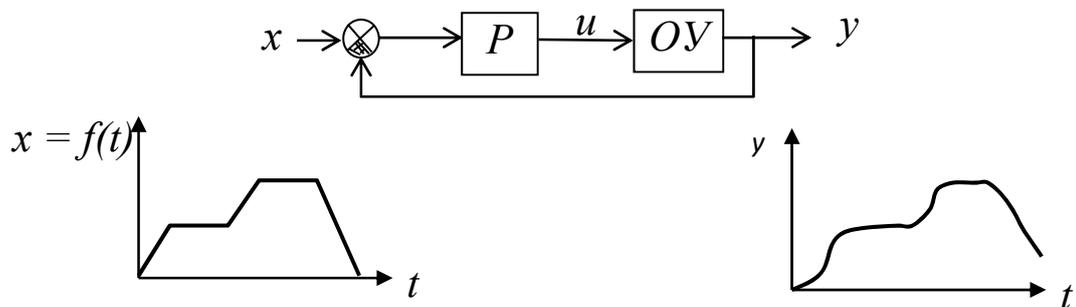
- изменение регулируемой величины в соответствии с заранее заданной функцией
- поддержание регулируемого параметра на заданном постоянном значении с помощью управляющих воздействий на объект
- поддержание регулируемого параметра на заданном уровне или изменение его по определенному закону с помощью управляющих воздействий на объект
- выработка управляющих воздействий
- определение ошибки регулирования

2. На схеме обозначены:  $P$  – регулятор,  $OY$  – объект регулирования,  $t$  – время. Данная схема соответствует:



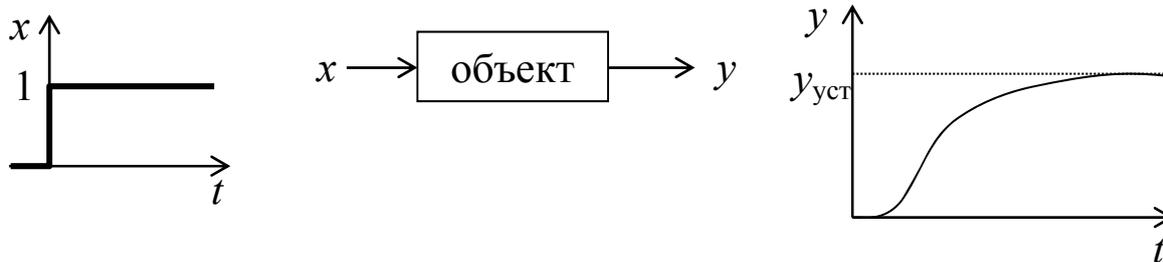
- следящей САР
- САР стабилизации
- программной САР
- не соответствует САР

3. На схеме обозначены:  $P$  – регулятор,  $OY$  – объект регулирования,  $t$  – время. Данная схема соответствует:



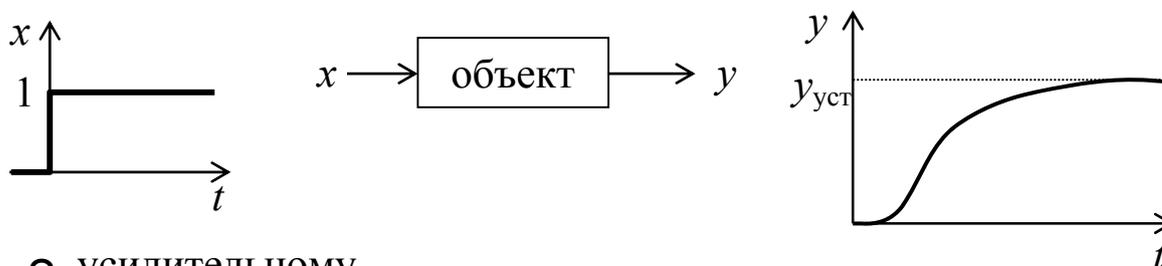
- следящей САР
- САР стабилизации
- программной САР
- не соответствует САР

4. Данная характеристика называется:



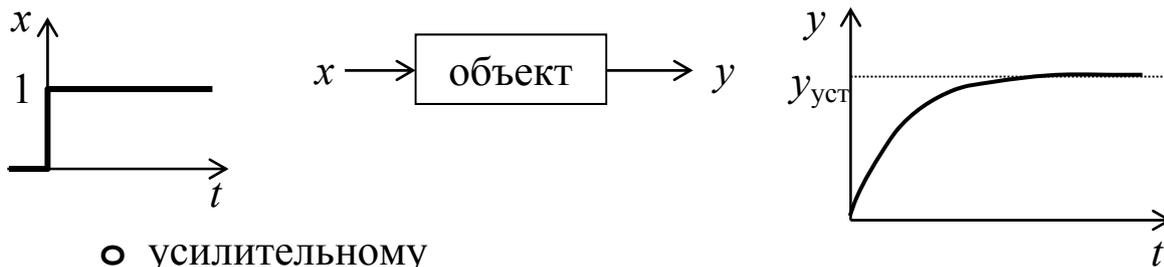
- статическая
- переходная
- импульсная
- частотная

5. Данный переходный процесс соответствует звену:



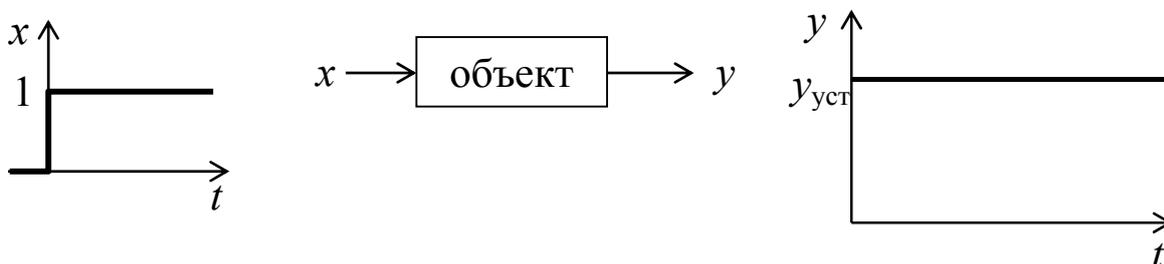
- усилительному
- инерционному
- идеальному интегрирующему
- реальному интегрирующему
- идеальному дифференцирующему
- реальному дифференцирующему
- апериодическому второго порядка
- колебательному
- консервативному
- запаздывания

6. Данный переходный процесс соответствует звену:



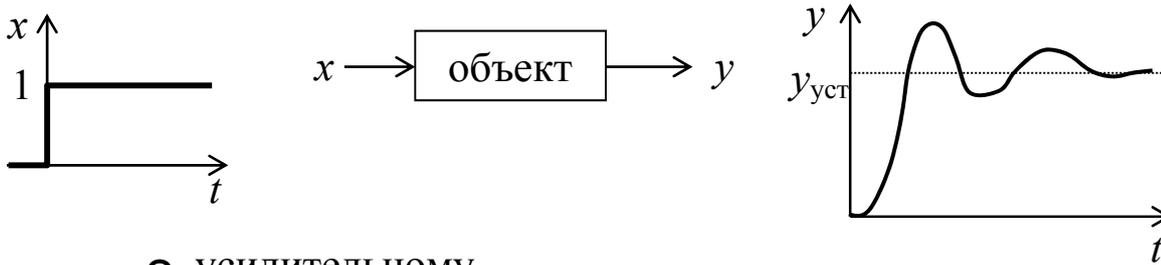
- усилительному
- инерционному
- идеальному интегрирующему
- реальному интегрирующему
- идеальному дифференцирующему
- реальному дифференцирующему
- апериодическому второго порядка
- колебательному
- консервативному
- запаздывания

7. Данный переходный процесс соответствует звену:



- усилительному
- инерционному
- идеальному интегрирующему
- реальному интегрирующему
- идеальному дифференцирующему
- реальному дифференцирующему
- апериодическому второго порядка
- колебательному
- консервативному
- запаздывания

8. Данный переходный процесс соответствует звену:



- усилительному
- инерционному
- идеальному интегрирующему
- реальному интегрирующему
- идеальному дифференцирующему
- реальному дифференцирующему
- апериодическому второго порядка
- колебательному
- консервативному
- запаздывания

9. Дифференциальное уравнение

$$y = K \int x(t) dt$$

соответствует звену:

- усилительному
- инерционному
- идеальному интегрирующему
- реальному интегрирующему
- идеальному дифференцирующему
- реальному дифференцирующему
- апериодическому второго порядка
- колебательному
- консервативному
- запаздывания

10. Дифференциальное уравнение

$$T \frac{dy}{dt} + y = K \cdot \int x(t) dt$$

соответствует звену:

- усилительному
- инерционному

- идеальному интегрирующему
- реальному интегрирующему
- идеальному дифференцирующему
- реальному дифференцирующему
- апериодическому второго порядка
- колебательному
- консервативному
- запаздывания

### **Задание**

- 1) Изучить типовые динамические звенья
- 2) Выполнить параметрическое исследование заданного (по указанию преподавателя) типового динамического звена для чего:
  - выбрать в качестве входного воздействия единичный скачок положения  $x_{вх} = 1(t)$ ;
  - выбрать в качестве исходного варианта случай, когда значения всех параметров динамического звена равны единице (т.е.  $K = 1$ ;  $T = 1с$ ;  $d = 1$  и т.д.);
  - последовательно изменяя значения параметров звена определить и описать тенденцию изменения переходного процесса, ЛАФЧХ и АФЧХ; наиболее представительные результаты исследования внести в общую для всей подгруппы таблицу;
  - выполнить и описать результаты исследования заданного звена с использованием других входных воздействий (синусоидальное, пилообразное, случайное и т.д.).
- 3) Выполнить исследование простейшей схемы САР, в цепи которой имеется заданное типовое звено.

### **Содержание отчета**

- 1) Заполнить табл. 1.4 (одна для всей подгруппы).
- 2) Результаты параметрического исследования.
- 3) Переходные процессы и частотные характеристики соединений звеньев.

Таблица 1.4

№	Название динамического звена	Уравнения и передаточная функция	Переходный процесс	АФЧХ	
				ЛАФЧХ	Годограф

### Контрольные вопросы

1. Статические характеристики нелинейных гидросистем с дроссельным регулированием.
2. Динамические характеристики нелинейных гидросистем с дроссельным регулированием.
3. Статические характеристики нелинейных гидросистем с объёмным регулированием.
4. Динамические характеристики нелинейных гидросистем с объёмным регулированием.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

**Тема:** Изучение типичных нелинейностей в гидромеханических системах

**Цель работы:** Идентификация нелинейностей. Метод аналитического описания нелинейностей.

**Задачи работы:** Научиться описывать, в программном коде *Mathcad*, нелинейные элементы системы.

### Краткие теоретические сведения

В работе рассматриваются типичные нелинейности с симметричными характеристиками, представленными на рис. 2.1.

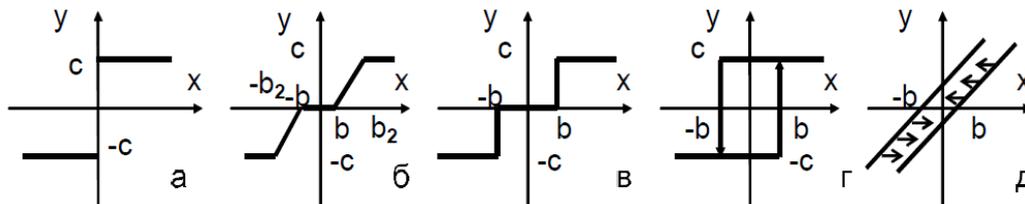


Рис. 2.1. Характеристики нелинейных элементов:

*a* – идеальное двухпозиционное реле; *б* – усилитель с ограничением и зоной нечувствительности; *в* – трехпозиционное реле; *г* – двухпозиционное реле с гистерезисом; *д* – люфт

Нелинейные зависимости, встречающиеся в дифференциальных уравнениях, можно условно разделить на три класса: *I* – типичные нелинейности, встречающиеся в электромеханических устройствах и в устройствах автоматики; *II* – нелинейности теоретического или экспериментального происхождения, заданные в виде графических зависимостей, рис. 2.2, *a, б*. *III* – нелинейности типа перемножения/деления и прочие нелинейности, которые можно выразить математическими функциями и их комбинациями (формулами).

К нелинейностям типа *I* относятся: зона нечувствительности, ограничение, реле, реле с зоной нечувствительности, сухое трение, люфт и т.д. К нелинейностям типа *II* относятся, например, расходная

характеристика клапана, экстремальная статическая характеристика некоторого объекта и т.д.

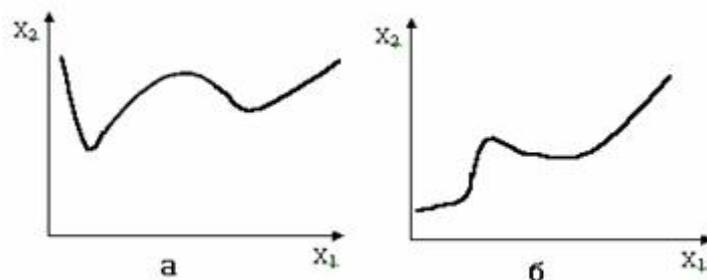


Рис. 2.2. Нелинейности в виде графических зависимостей

Большое число нелинейных систем можно представить в виде замкнутого контура с последовательно включёнными нелинейным элементом и линейной частью. В ряде случаев возможна замена нескольких последовательно или параллельно соединённых нелинейных звеньев одним нелинейным звеном.

Цель работы – моделирование указанных нелинейностей и фиксация процессов на входе и выходе каждого нелинейного звена средствами пакета *Matlab* (с использованием его расширения – пакета моделирования динамических систем *Simulink*).

Существенной чертой *SIMULINK* является объектно-ориентированный диалог пользователя с ПЭВМ. Для этого все информационное поле разбивается на отдельные объекты, как –то: схема исследуемой модели, меню с набором возможных действий, системная библиотека типовых блоков (базы знаний), параметры блоков и режимов работы, графики переходных процессов и т.п. Экран дисплея разделен на несколько окон; в каждом окне информационный объект. Окна могут появляться и уничтожаться, т.е. структура экрана может динамически изменяться. Это позволяет в ограниченных рамках экрана построить полную информационную модель, структурированную по типам и важности информации, по этапам решения задачи. В исходном состоянии на экране могут располагаться окна с наиболее общей информацией. Для выяснения деталей следует указать на соответствующий объект и “войти” в него. На экране появится окно с подробностями, которые можно скорректировать и затем “выйти” из объекта, после чего окно исчезнет.

Цель занятия – изучение и исследование основных объектов информационной модели *SIMULINK*.

Самым емким объектом информационного поля *SIMULINK* является библиотека блоков (моделей). Для достижения наилучших результатов следует знать и уметь применять элементы библиотеки.

В табл. 2.1 приведены основные сведения о блоках *SIMULINK*. Для облегчения усвоения они размещены в определенной последовательности согласно следующей классификации:

- нелинейные статические характеристики (позиции 1–9);
- входные воздействия (позиции 10–13);
- логические функции;
- прочие элементы.

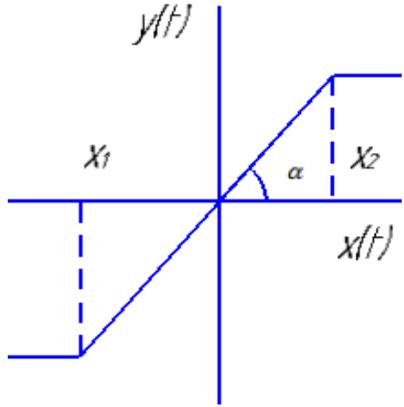
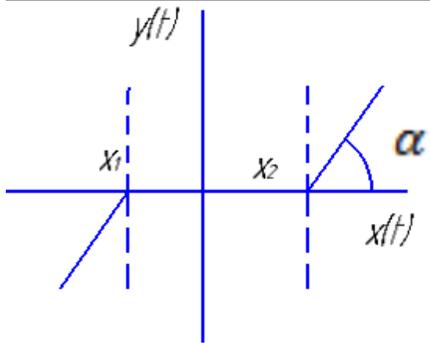
Нелинейные статические характеристики (поз. 1–9) применяются при аппроксимации характеристик различных технических устройств. Так нечувствительность и насыщение свойственны как расходно-напорным характеристикам гидравлических элементов, так и вольтамперным характеристикам электротехнических устройств.

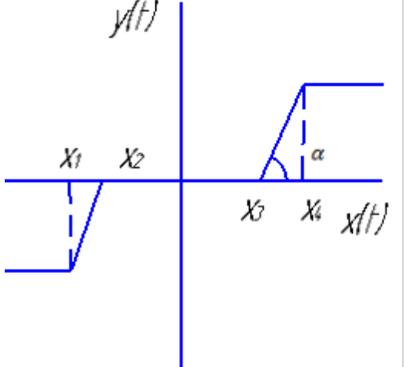
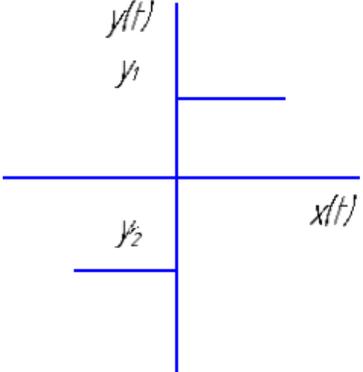
Люфт (поз. 7) обычно имеет место в механических сочленениях (типичный пример – кинематическая передача с люфтом), однако подобные характеристики наблюдаются и в гидравлических устройствах. Люфт в кинематических передачах автоматических систем – одна из наиболее распространенных нелинейностей, оказывающих отрицательное влияние на устойчивость и качество переходных процессов. Особенностью характеристики люфта является петля гистерезисного типа, имеющая неизменную ширину  $2x_1$  и длину, меняющуюся в зависимости от амплитуды входной величины.

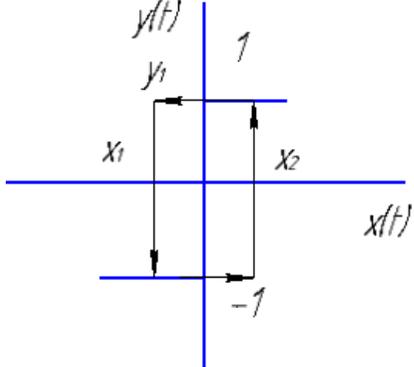
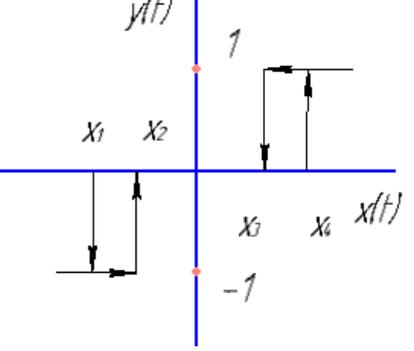
Учет люфта тем более важен, чем меньше перемещение  $x$ . При больших (сравнительно с величиной  $x_1$ ) перемещениях люфт не будет играть существенной роли.

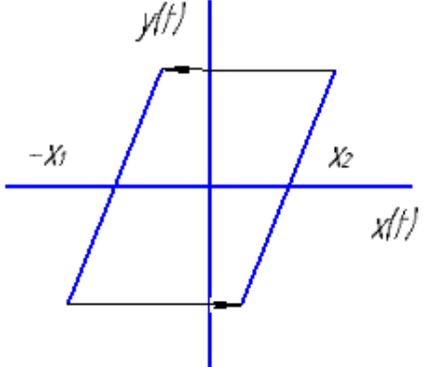
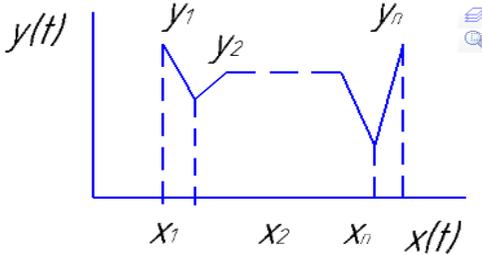
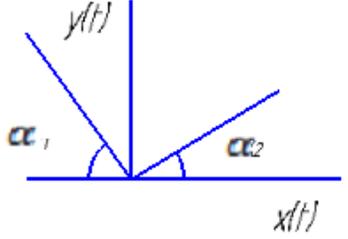
Простая геометрическая модель люфта (поз. 7) соответствует механической передаче, в которой нагрузка обладает малой инерционностью. Во многих случаях такая идеализация невозможна, и в расчетах применяются более сложные модели, учитывающие инерционность, а также наличие сил сухого и вязкого трения.

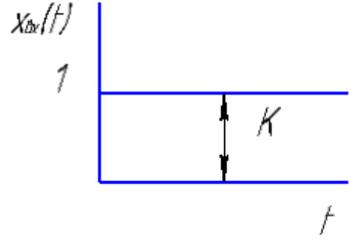
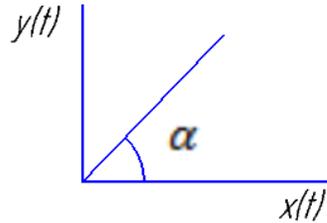
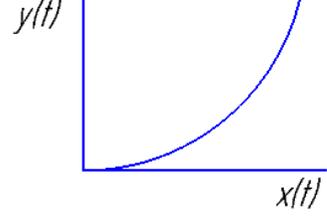
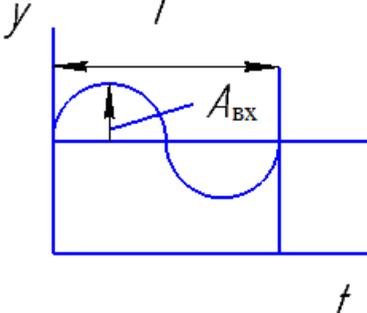
Таблица 1.1

Наименование, примеры	Описание, модель	Характеристика
1	2	3
1. Насыщение	<p>Блок реализует нелинейную статическую характеристику типа “насыщение”.</p> <p>Для работы блока необходимо задать коэффициент усиления <math>K</math>, а также нижнюю <math>x_1</math> и верхнюю <math>x_2</math> границы линейного участка</p> $y(t) = K \cdot x(t), \text{ при } x_1 < x(t) < x_2$ $y(t) = K \cdot x_1, \quad x(t) \leq x_1$ $y(t) = K \cdot x_2, \quad x(t) \geq x_2$	
2. Нечувствительность	<p>Характеристика устройства, у которого в пределах рабочей зоны регулирования не соблюдается пропорциональность между входной и выходной величинами.</p> <p>Для работы блока необходимо задать коэффициент усиления <math>K</math>, а также нижнюю и верхнюю границы нечувствительности</p> $y(t) = 0, \quad \text{при } x_1 < x(t) < x_2$ $y(t) = K(x(t) - x_1), \quad x(t) \leq x_1$ $y(t) = K(x(t) - x_2), \quad x(t) \geq x_2$	

1	2	3
<p>3. Комбинация “насыщение + нечувствительность”</p>	<p>Характеристика устройства с ограниченным изменением выходной координаты (положение, скорость, ускорение) при наличии трения в исполнительном элементе или перекрытиями в управляющем устройстве.                      Для работы блока необходимо задать коэффициент усиления <math>K</math>, а также абсциссы излома <math>x_1, x_2, x_3</math> и <math>x_4</math></p> $y(t) = K(x_1 - x_2), \text{ при } x(t) \leq x_1$ $y(t) = K(x(t) - x_2), \quad x_1 < x(t) < x_2$ $y(t) = 0, \quad x_2 < x(t) < x_3$ $y(t) = K(x(t) - x_3), \quad x_3 < x(t) \leq x_4$ $y(t) = K(x_4 - x_3), \quad x(t) > x_4$	
<p>4. Идеальное реле</p>	<p>Характеристика релейного устройства.                      Для работы блока необходимо задать параметры нелинейности <math>y_1</math> и <math>y_2</math>.</p> $y(t) = y_1, \text{ при } x(t) \geq 0$ $y(t) = y_2, \quad x(t) < 0$	

1	2	3
<p>5. Двухпозиционное реле</p>	<p>Характеристика релейного устройства, имеющего зазор, сухое трение, гистерезис.                      Для работы блока необходимо задать параметры нелинейности <math>x_1</math>, <math>x_2</math> и начальное состояние реле <math>y_0</math>.  <math>y(t) = -1</math>, при <math>x(t) &lt; x_1</math>  <math>y(t) = y_0</math>, <math>x_1 \leq x(t) \leq x_2</math>  <math>y(t) = 1</math>, <math>x(t) &gt; x_2</math></p>	 <p>The graph shows the output <math>y(t)</math> versus the input <math>x(t)</math>. The vertical axis <math>y(t)</math> has values 1 and -1. The horizontal axis <math>x(t)</math> has values <math>x_1</math> and <math>x_2</math>. The characteristic is a step function with hysteresis and a dead zone. For <math>x &lt; x_1</math>, <math>y = -1</math>. At <math>x = x_1</math>, <math>y</math> jumps to <math>y_0</math>. For <math>x_1 \leq x \leq x_2</math>, <math>y = y_0</math>. At <math>x = x_2</math>, <math>y</math> jumps to 1. For <math>x &gt; x_2</math>, <math>y = 1</math>. Arrows indicate the direction of the jumps.</p>
<p>6. Трехпозиционное реле</p>	<p>Характеристика несимметричного релейного устройства, имеющего зазор, сухое трение, гистерезис.                      Для работы блока необходимо задать параметры нелинейности <math>x_1</math>, <math>x_2</math>, <math>x_3</math>, <math>x_4</math>  <math>y(t) = -1</math>, при <math>x(t) &lt; x_1</math>  <math>y(t) = y_0</math>, <math>x_1 \leq x(t) &lt; x_2</math>  <math>y(t) = 0</math>, <math>x_2 &lt; x(t) &gt; x_3</math>  <math>y(t) = y_0</math>, <math>x_3 \leq x(t) \leq x_4</math>  <math>y(t) = 1</math>, <math>x(t) &gt; x_4</math></p>	 <p>The graph shows the output <math>y(t)</math> versus the input <math>x(t)</math>. The vertical axis <math>y(t)</math> has values 1 and -1. The horizontal axis <math>x(t)</math> has values <math>x_1</math>, <math>x_2</math>, <math>x_3</math>, and <math>x_4</math>. The characteristic is a step function with hysteresis and a dead zone. For <math>x &lt; x_1</math>, <math>y = -1</math>. At <math>x = x_1</math>, <math>y</math> jumps to <math>y_0</math>. For <math>x_1 \leq x &lt; x_2</math>, <math>y = y_0</math>. At <math>x = x_2</math>, <math>y</math> jumps to 0. For <math>x_2 &lt; x &lt; x_3</math>, <math>y = 0</math>. At <math>x = x_3</math>, <math>y</math> jumps to <math>y_0</math>. For <math>x_3 \leq x \leq x_4</math>, <math>y = y_0</math>. At <math>x = x_4</math>, <math>y</math> jumps to 1. For <math>x &gt; x_4</math>, <math>y = 1</math>. Arrows indicate the direction of the jumps.</p>

1	2	3
<p>7. Люфт</p>	<p>Характеристика устройства, имеющего зазор, трение и ограничение изменения выходной координаты.                      Для работы блока необходимо задать половину ширины люфта <math>x_1</math>, начальное состояние выходного сигнала <math>y_0</math> и коэффициент усиления <math>K</math>.  <math>y(t) = K(x(t) - x_1)</math>, при <math>y(t) &gt; 0</math>  <math>y(t) = K(x(t) + x_1)</math>, при <math>y(t) &lt; 0</math>  <math>y(t) = y_0</math>, при <math>y(t) = 0</math></p>	
<p>8. Общий случай кусочно-непрерывной нелинейности</p>	<p>Блок реализует однозначно нелинейную характеристику произвольного вида, аппроксимируемую кусочно-ломаной кривой.                      Для работы блока необходимо вначале задать количество точек излома <math>n</math>, а после нажатия клавиши <math>F_{10}</math> – координаты точек <math>x_k</math> и <math>y_k</math>.                      Необходимо, чтобы  <math>x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n</math></p>	
<p>9. Излом</p>	<p>Блок реализует нелинейную статическую характеристику типа “излом”.                      Для работы блока необходимо задать коэффициенты усиления <math>K_1</math> и <math>K_2</math>.  <math>y(t) = K_1 x(t)</math>, при <math>x(t) &lt; 0</math>  <math>y(t) = K_2 x(t)</math>, <math>x(t) \geq 0</math></p>	

1	2	3
10. Скачок положения	<p>Блок генерирует ступенчатый входной сигнал (скачок положения).</p> <p>Для работы блока необходимо задать величину скачка.</p> $x_{\text{вх}}(t) = K(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ K & \text{при } t \geq 0 \end{cases}$	
11. Скачок скорости	<p>Блок генерирует линейно-нарастающий выходной сигнал (скачок скорости).</p> <p>Для работы блока необходимо задать величину скачка <math>K</math>.</p> $y = K \cdot t$ $K = tg\alpha$	
12. Скачок ускорения	<p>Блок генерирует выходной сигнал в виде скачка ускорения.</p> <p>Для работы блока необходимо задать величину скачка <math>K</math>.</p> $y = K \frac{t^2}{2}$	
13. Синусоидальный выходной сигнал	<p>Блок генерирует синусоидальный входной сигнал.</p> <p>Для работы блока необходимо задать частоту синусоиды <math>\omega</math> радиан в секунду</p> $y(t) = A_{\text{вх}} \sin(\omega t)$ <p><math>A_{\text{вх}}</math> – амплитуда входного сигнала <math>\omega = 1 / T</math></p> <p><math>\omega</math> – круговая частота</p>	

Характеристикой типа “идеальное реле” (поз. 4) описываются многие звенья. Существует класс так называемых релейных систем, где релейные (т.е. такие, который при непрерывном входном сигнале генерируют ступенчатый выходной сигнал) элементы являются функционально необходимыми. Так в системе регулирования электрического утюга имеет место терморегулятор, осуществляющий релейное (т.е. “мгновенное”) подключение или отключение электропитания от нагревательного элемента, в периодически – реверсивных системах используются электромагнитные реле, гидрораспределители, напорные золотники и гидравлические реле.

Вместе с тем релейный характер имеют характеристики других элементов. Например, для механических передач, где сила трения определяется контактом металлических деталей, характеристику сухого трения часто представляют в виде, показанном на поз. 4.

Значения сил при включении и отключении реле могут быть неодинаковыми. При этом характеристики релейных элементов будут неоднозначными (поз. 5, 6).

Позиционные гидрораспределители, напорные золотники, гидравлические реле изменяют направление течения жидкости также “релейно” и т.п.

В *SIMULINK* имеет место набор стандартных математических операций: сложение, вычитание, умножение, деление и др.

При компоновке схем в среде *SIMULINK* следует иметь в виду, что статические характеристики такого типа нуждаются во входном сигнале и должны располагаться не на “пустом” месте, а на линии.

Входные воздействия (позиции 10–13), напротив, не нуждаются во входном сигнале и должны располагаться на “пустом” месте, а не линии. Любое входное воздействие представляет собой временное тестовое возмущение и предназначено для изучения динамических устройств по их отклику на приложенное воздействие.

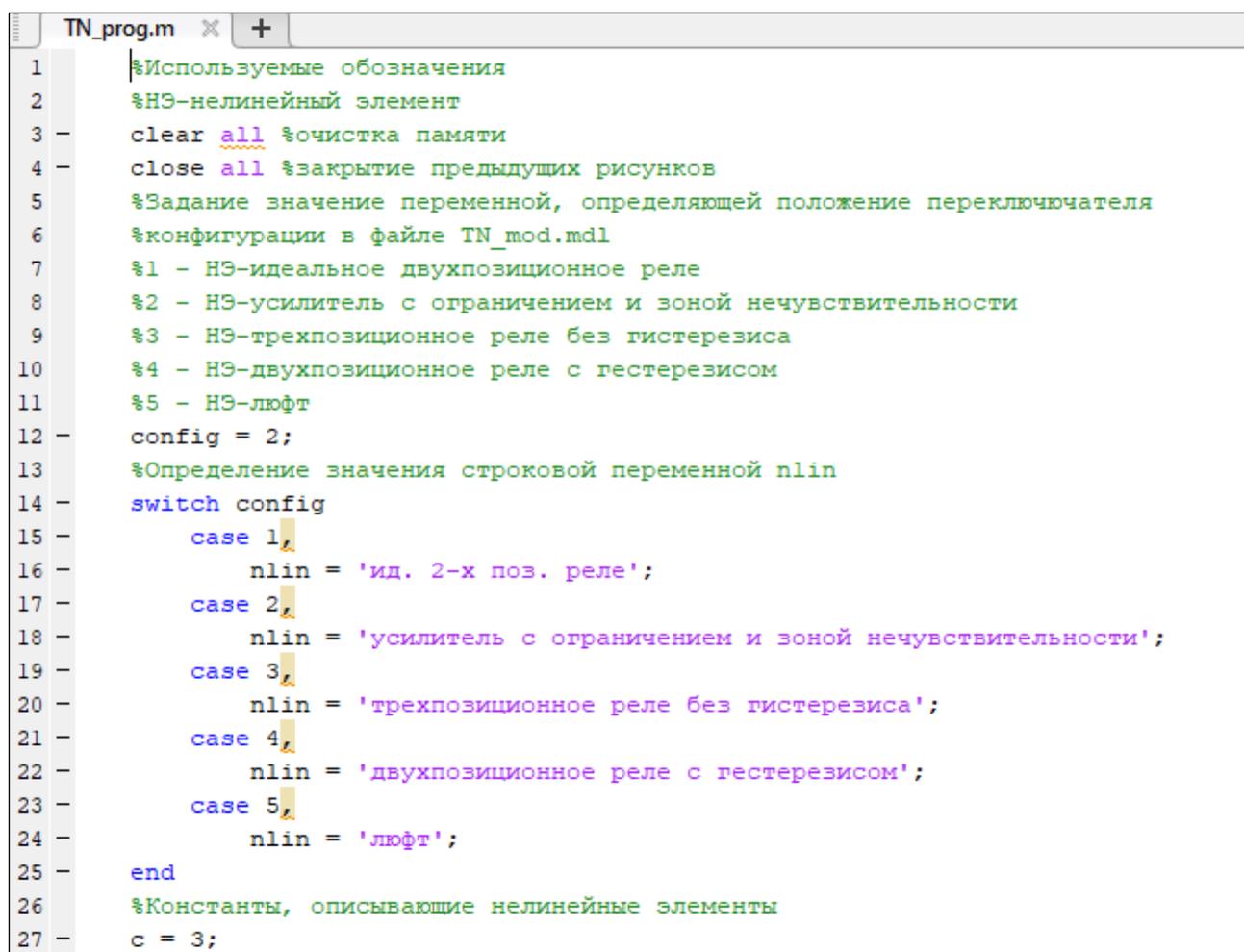
Наиболее распространенными воздействиями являются скачок положения (поз. 10) и синусоидальное (поз. 13). По откликам этих возмущений строятся переходный процесс и частотные характеристики. Однако иногда удобнее применять другие воздействия. Так для изучения статических характеристик обычно применяют скачок скорости (поз. 11) или скачок ускорения (поз. 12); изучение вероятностных характеристик осуществляется с помощью

воздействий, генерирующих псевдослучайную последовательность вещественных чисел.

## Краткие указания по исследованию типовых блоков *SIMULINK*

1. Войти в среду *SIMULINK* (используя командный файл).

Для проведения моделирования создать 2 файла: файл – сценарий *\*.m* и файл модели *\*.mdl*. Они взаимосвязаны: переменные, определенные в *m* – файле, используются при задании параметров блоков модели, модель запускается на выполнение также командой из *m* – файла, а при проведении моделирования в *Simulink* результаты записываются в рабочую область памяти (*Workspace*), откуда считываются при построении итоговых графиков командами из *m* – файла. Пример файла *\*.m* приводится ниже.



```
1  %Используемые обозначения
2  %НЭ-нелинейный элемент
3  - clear all %очистка памяти
4  - close all %закрытие предыдущих рисунков
5  %Задание значение переменной, определяющей положение переключателя
6  %конфигурации в файле TN_mod.mdl
7  %1 - НЭ-идеальное двухпозиционное реле
8  %2 - НЭ-усилитель с ограничением и зоной нечувствительности
9  %3 - НЭ-трехпозиционное реле без гистерезиса
10 %4 - НЭ-двухпозиционное реле с гестерезисом
11 %5 - НЭ-люфт
12 - config = 2;
13 %Определение значения строковой переменной nlin
14 - switch config
15 -     case 1,
16 -         nlin = 'ид. 2-х поз. реле';
17 -     case 2,
18 -         nlin = 'усилитель с ограничением и зоной нечувствительности';
19 -     case 3,
20 -         nlin = 'трехпозиционное реле без гистерезиса';
21 -     case 4,
22 -         nlin = 'двухпозиционное реле с гестерезисом';
23 -     case 5,
24 -         nlin = 'люфт';
25 - end
26 %Константы, описывающие нелинейные элементы
27 - c = 3;
```

Рис. 2.3. Пример программного кода в *MATLAB*

2. Для заданных блоков подобрать соответствующие входные воздействия и собрать на экране схему исследования.

Файл модели должен содержать генератор и соединенный с ним нелинейный элемент. Можно предусмотреть одновременное наличие в схеме всех пяти рассматриваемых НЭ, а их выбор производить при помощи селектора (рис. 2.4). Учитывая возможность переименования функциональных блоков в *Matlab*, рекомендуется давать им содержательные названия.

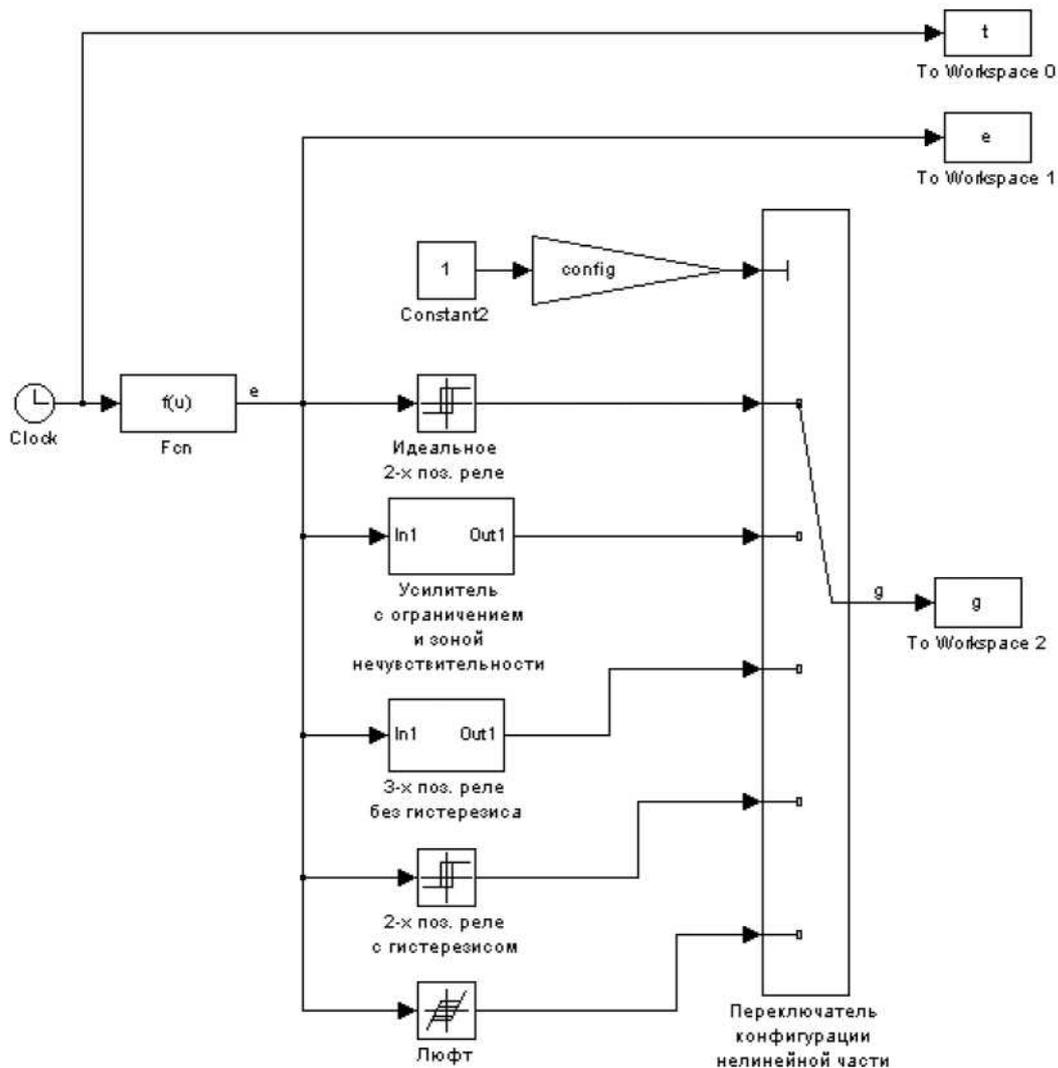


Рис. 2.4. Структурная схема модели

3. Выполнить параметрическое исследование блоков и зафиксировать основные его этапы на диске и в отчете.

В настройках параметров моделирования следует указывать специально предназначенные для этой цели переменные, значения которых заданы в файле – сценарии. Параметры моделирования

должны быть указаны в окне «*Simulation parameters*», доступном через меню *Simulation\Simulation parameters* окна, в котором открыт *mdl*-файл (рис. 2.5).

В дальнейшем в настройках блоков используются переменные, заданные в *m*-файле. Такой подход помогает экономить время при настройке и перенастройке модели.

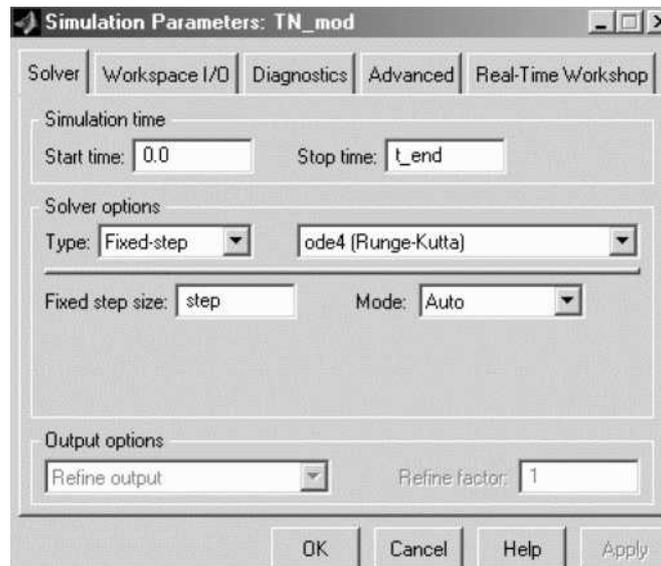


Рис. 2.5. Настройка параметров моделирования

При помощи блоков *Constant* (константа) из библиотеки *Sources*, *Gain* (коэффициент усиления) из библиотеки *Math* и переменной *config* можно задавать различное значение управляющего входа переключателя конфигурации нелинейной части (блока *Multiport Switch* из библиотеки *Nonlinear*).

В качестве генератора свободных колебаний можно использовать блок *Fcn* из библиотеки *Functions & Tables* с записанным в него выражением для свободных колебаний. Настройки блока *F<sub>cn</sub>* показаны на рис. 2.6.

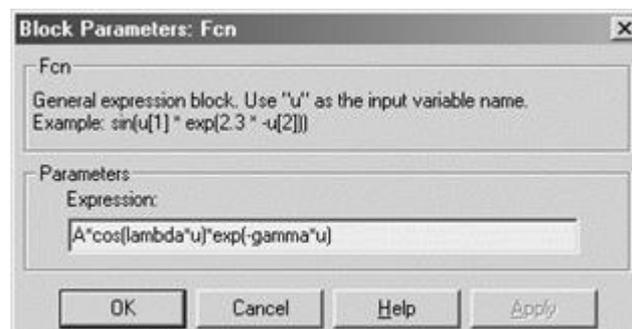


Рис. 2.6. Настройки блока *F<sub>cn</sub>*

На вход блока *Fcn* следует подключить источник модельного времени – блок *Clock* из библиотеки *Sources* (рис. 2.7).



Рис. 2.7. Настройки блока *Clock*

Для создания пяти изучаемых НЭ следует воспользоваться четырьмя блоками библиотеки *Nonlinear*: *Backlash* (люфт), *Dead Zone* (усилитель с единичным коэффициентом усиления и зоной нечувствительности), *Saturation* (усилитель с единичным коэффициентом усиления и ограничением), *Relay* (двухпозиционное реле с гистерезисом).

В качестве двухпозиционного реле с гистерезисом следует использовать блок *Relay* (рис. 2.8).

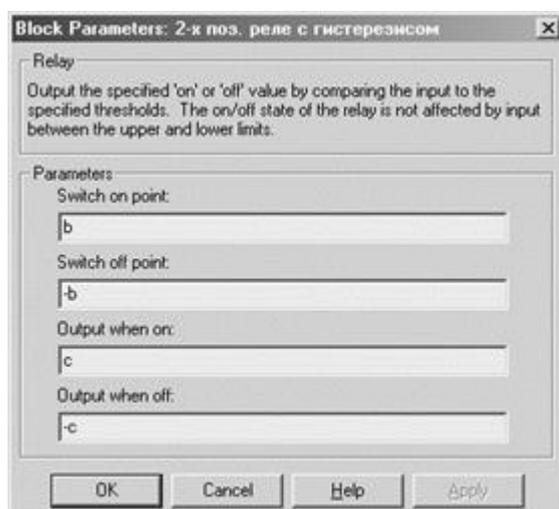


Рис. 2.8. Настройки двухпозиционного реле с гистерезисом

Идеальное двухпозиционное реле – это блок *Relay* с нулевой шириной зоны гистерезиса (рис. 2.9).

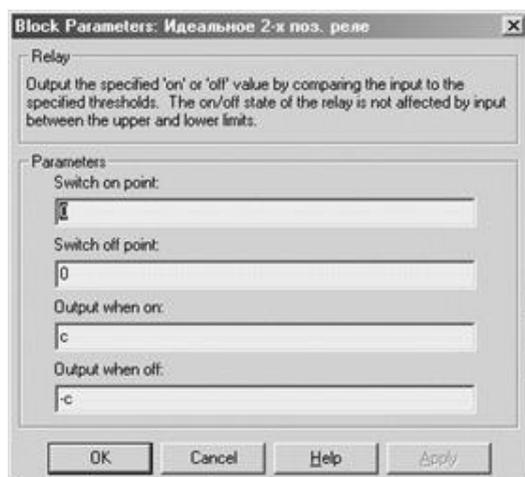
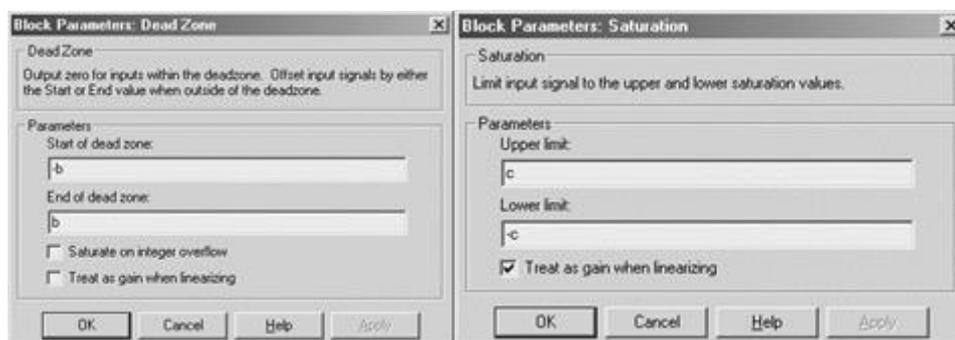


Рис. 2.9. Настройки блока *Relay* при моделировании идеального двухпозиционного реле

Усилитель с ограничением и зоной нечувствительности – это последовательное соединение трех звеньев: *Dead Zone*, *Gain* и *Saturation* (рис. 2.10, 2.11).

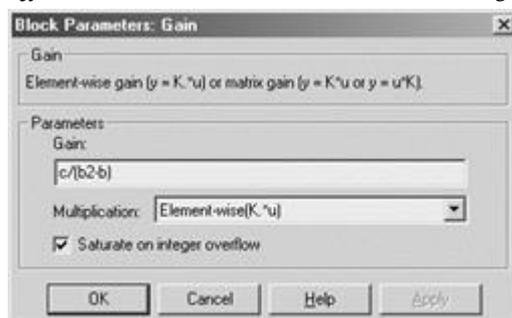


Рис. 2.10. Схема моделирования усилителя с ограничением и зоной нечувствительности



*a*

*б*



*в*

Рис. 2.11. Настройки блоков, входящих в состав усилителя с ограничением и зоной нечувствительности: *a* – блока *Dead Zone*; *б* – блока *Saturation*; *в* – блока *Gain*

Трехпозиционное реле без гистерезиса можно организовать при помощи параллельного соединения двух идеальных двухпозиционных реле (рис. 2.12, 2.13).

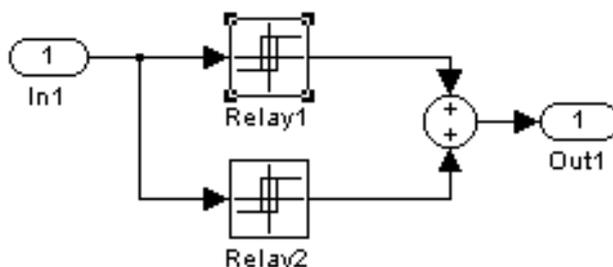


Рис. 2.12. Схема моделирования трехпозиционного реле

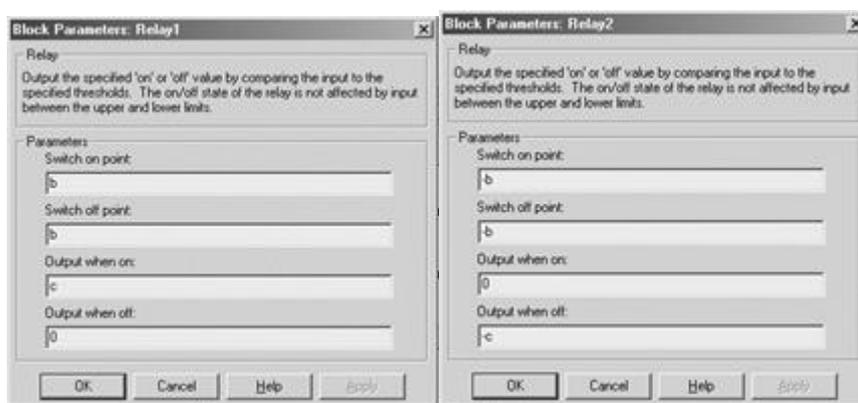


Рис. 2.13. Настройки блоков, входящих в состав трехпозиционного реле:  
а – блока *Relay1*; б – блока *Relay2*

Для организации НЭ «Люфт» необходим блок *Backlash* (рис. 2.14).



Рис. 2.14. Настройки блока *Backlash*

Значения текущего модельного времени, а также сигналов на входе и выходе нелинейности следует выводить в рабочую область памяти при помощи блоков *To Workspace* (из библиотеки *Sinks*), указав в каждом блоке имя переменной, предназначенной для

хранения данных в выбранном формате. По завершении моделирования в *Simulink* сохраненная информация будет использована при построении графиков в процессе дальнейшего выполнения файла – сценария.

При использовании блока *To Workspace* для вывода в рабочую область памяти текущего модельного времени для этого блока необходимо сделать следующие настройки:

- формат записи (*Save format*) – *Array* (массив);
- имя массива (*Variable name*) – *t*;
- количество точек в массиве (*Limit data points to last*) не ограничивается – *inf*;
- такт работы блока (*Simple time*) наследуется от предыдущего – (-1);
- прореживание массива (*Decimation*) не осуществляется – 1 (в память записывается значение времени на каждом такте работы блока).

Окно настроек блока показано на рис. 2.15.

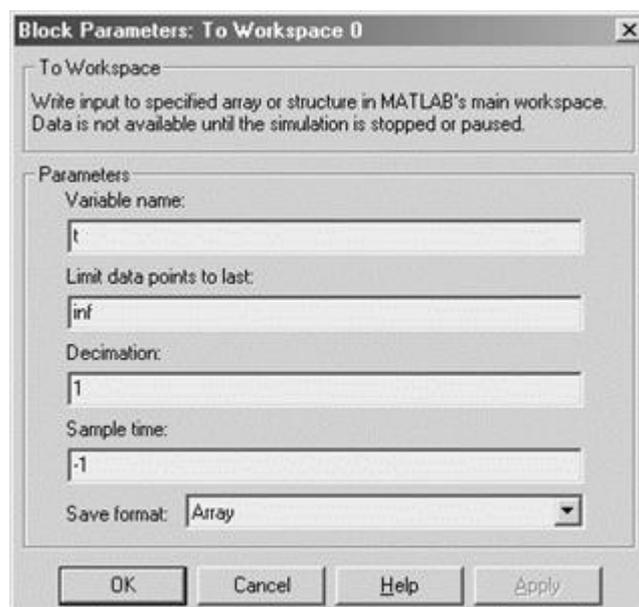


Рис. 2.15. Настройки блока *To Workspace*, отвечающего за вывод в рабочую область памяти текущего модельного времени

4. Дать заключение об основных свойствах исследуемых блоков, привести примеры применения.

## Тесты для закрепления теоретического материала

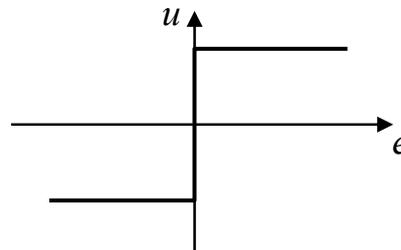
1. *Нелинейными типовыми звеньями являются:*

- элементы системы, имеющие нелинейные статические характеристики.
- деталь или группа деталей, при перемещении которых частично или полностью перекрывается проходное сечение гидроаппарата.
- элементы системы с параметрами, необходимыми для реализации какого-либо действия.

2. *Нелинейной системой называется*

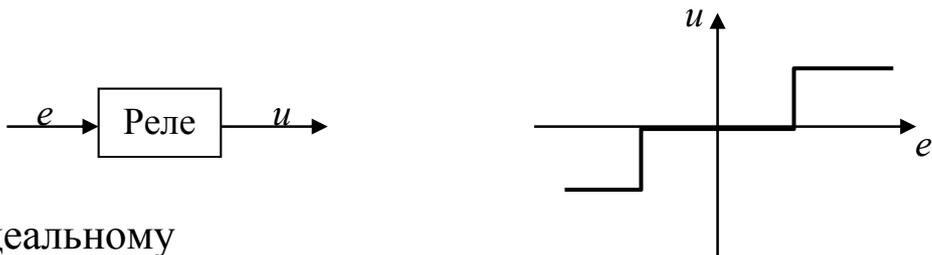
- система, в составе которой имеется хотя бы один нелинейный элемент.
- система, имеющая регулирующие и направляющие устройства.
- система, имеющая, запорные и отпорные устройства.

3. *Характеристика, изображенная на рисунке, соответствует реле*



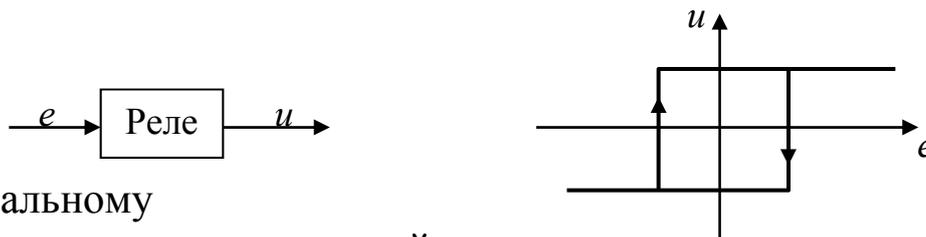
- идеальному
- трехпозиционному с зоной нечувствительности
- двухпозиционному с положительным гистерезисом
- двухпозиционному с отрицательным гистерезисом
- с зоной насыщения
- трехпозиционному с зоной нечувствительности и насыщения
- типа люфт
- типа упор
- нет правильного ответа среди перечисленных

4. Характеристика, изображенная на рисунке, соответствует реле



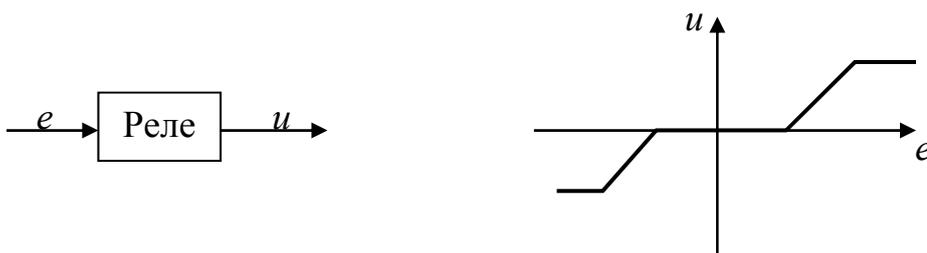
- идеальному
- трехпозиционному с зоной нечувствительности
- двухпозиционному с гистерезисом
- с зоной насыщения
- трехпозиционному с зоной нечувствительности и насыщения
- типа люфт
- типа упор
- нет правильного ответа среди перечисленных

5. Характеристика, изображенная на рисунке, соответствует реле



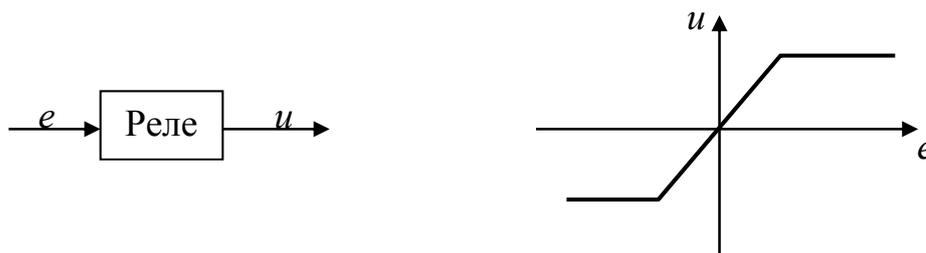
- идеальному
- трехпозиционному с зоной нечувствительности
- двухпозиционному с гистерезисом
- с зоной насыщения
- трехпозиционному с зоной нечувствительности и насыщения
- типа люфт
- типа упор
- нет правильного ответа среди перечисленных

6. Характеристика, изображенная на рисунке, соответствует реле



- идеальному
- трехпозиционному с зоной нечувствительности
- двухпозиционному с гистерезисом
- с зоной насыщения
- трехпозиционному с зоной нечувствительности и насыщения
- типа люфт
- типа упор
- нет правильного ответа среди перечисленных

7. Характеристика, изображенная на рисунке, соответствует реле



- идеальному
- трехпозиционному с зоной нечувствительности
- двухпозиционному с гистерезисом
- с зоной насыщения
- трехпозиционному с зоной нечувствительности и насыщения
- типа люфт
- типа упор
- нет правильного ответа среди перечисленных

### Задание

1. Изучить документацию в объеме файла *SIMULINK*.
2. Подробно изучить библиотеку типовых блоков.
3. Выполнить исследования (имитационное моделирование) ряда типовых блоков (по указанию преподавателя).
4. Ознакомиться с представлением математических моделей к виду, удобному для *SIMULINK*.

## **Содержание отчета**

1. Краткое тезисное описание *SIMULINK*, область применения, достоинства, недостатки.
2. Описание типовых блоков *SIMULINK* (кроме типовых динамических звеньев).
3. Результаты исследования типовых блоков.
4. Результаты преобразования системы уравнений к виду для *SIMULINK*.

## **Контрольные вопросы**

1. Основные типовые нелинейные звенья.
2. Особенности проектирования нелинейных систем.
3. Выбор и расчёт параметров нелинейных гидромеханических систем.
4. Статические и динамические характеристики нелинейных звеньев.
5. Естественные и искусственно введённые нелинейности.
6. Статические характеристики нелинейных гидросистем с дроссельным регулированием.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

**Тема:** Численное моделирование гидромеханических систем

**Цель работы:** Изучение основного подхода к численному моделированию гидромеханических систем

### **Краткие теоретические сведения**

Чтобы спроектировать систему, отвечающую поставленным целям, необходимо иметь её *математическую модель*. Для этого требуется установить все взаимосвязи между переменными, характеризующими поведение системы. Поскольку все реальные системы имеют динамические режимы, то для их описания следует использовать дифференциальные уравнения. В рамках данного учебного пособия для простоты будем пренебрегать волновыми явлениями, поэтому ограничимся рассмотрением лишь обыкновенных дифференциальных уравнений.

В настоящее время наибольшее распространение получили два способа теоретического исследования: аналитический способ и метод компьютерного моделирования. Анализ и синтез САР, разработанных на основе любой элементной базы, традиционно выполняется линейными теоретическими методами. Универсальность, внутренняя непротиворечивость, наглядность и другие достоинства линейных методов теории автоматического регулирования привели к их широкому распространению. В компьютерном моделировании складывается несколько иная ситуация. Изменяются приоритеты: главным становится не получение любой ценой решения в виде аналитического выражения, а преобразование исходных уравнений (в том числе аналитическими методами) и виду удобному для ЭВМ и последующий машинный анализ, позволяющий «выжать» максимум полезных свойств из моделируемой системы. Здесь преобладают не теоремы, а алгоритмы. Математические модели современных гидромеханических систем являются, как правило, нелинейными и нестационарными и, к тому же, стохастическими. Устройства систем содержат не только естественные нелинейности (нечувствительность, насыщение, различного рода ограничения и пр.), но и искусственные, специально введенные для коррекции свойств или для динамического перестроения структуры. Аналитические методы здесь не работают.

Число нелинейных задач, доведенных до конца аналитическими методами, пренебрежимо мало. Компьютерное моделирование становится, в такой ситуации, практически безальтернативным. И всё же исследование самых общих движений, и первоначальное моделирование можно проводить с использованием пусть приближённых, но хорошо изученных и апробированных линейных методов.

**Линейные модели САР.** Систему можно определить как линейную, если она подчиняется принципу суперпозиции и гомогенности, т. е. если к ней приложить сумму двух возмущений  $x_1 + x_2$ , то реакция системы должна равняться сумме реакций  $y_1 + y_2$ , и если входная переменная умножается на константу, то реакция системы должна измениться в такое же число раз.

Например, система, характеризуемая зависимостью  $y = x^3$ , не является линейной, так как её графическое представление имеет форму кубической параболы и для неё не выполняется принцип суперпозиции.

Если рассматриваемую непрерывную функцию в окрестности рабочей точки  $x = x_0$  разложить в ряд Тейлора и ограничиться первым членом ряда, то можно получить хорошую аппроксимацию исходной кривой  $\Delta y \approx 3x_0^2 \cdot \Delta x$ , которая является её касательной в точке линеаризации.

Возможность линеаризации физических систем позволяет использовать аппарат интегрального *преобразования Лапласа* и, таким образом, заменить достаточно сложное решение дифференциального уравнения относительно простым решением алгебраических уравнений.

Пусть линеаризованное дифференциальное уравнение имеет вид:

$$T^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\xi \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t), \quad (3.1)$$

тогда преобразование (при нулевых начальных условиях) по Лапласу приводит его к виду

$$T^2 s^2 Y(s) + 2\xi Ts Y(s) + Y(s) = X(s), \quad (3.2)$$

или

$$Y(s)(s^2 + 2\xi Ts + 1) = X(s). \quad (3.3)$$

Последнее уравнение можно решить относительно переменной  $s$ , применив обратное преобразование Лапласа, получить решение в оригиналах.

Однако в теории автоматического регулирования принято проводить исследование с помощью **передаточной функции**

$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ , которая в данном случае будет равна

$$W(s) = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}.$$

Понятие передаточной функции и основанные на нём методы являются очень важными, поскольку отражают сам принцип кибернетического подхода: не важно из чего состоит звено, устройство или система, важно то, что они делают, т.е. какова реакция на определённое воздействие (принцип чёрного ящика). Преимущество передаточной функции заключается ещё и в том, что она позволяет изобразить причинно-следственную связь между переменными в наглядной схематической форме. В теории автоматического регулирования преобладает представление различных динамических элементов и систем в виде **структурных схем**. Структурные схемы состоят из блоков направленного действия, каждому из которых соответствует определённая передаточная функция.

**Компьютерные методы моделирования.** Для анализа САР необходимо располагать её математическим описанием – системой дифференциальных или интегро-дифференциальных уравнений. Для систем с распределёнными параметрами уравнения имеют вид уравнений в частных производных. Системы с сосредоточенными параметрами описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями. Они определяют поведение системы автоматического регулирования в переходном процессе при действии управляющих или возмущающих воздействий. Величина воздействий должна быть невелика из условия выполнения линеаризации.

Уравнения называют уравнениями динамики, если они описывают изменение переменных во времени. Из уравнений динамики обычно можно получить уравнения статики, если положить все входящие в них производные равными нулю или некоторыми постоянными величинами. Причём, если положить нулю воздействия,

то получается исходное равновесное состояние. В противном случае получается состояние равновесия после приложения воздействий.

При составлении дифференциальных уравнений динамики систему автоматического регулирования обычно разбивают на отдельные элементы, или звенья, и записывают уравнение каждого звена в отдельности. Если из полученной системы исключить все промежуточные переменные, то получается уравнение системы вход – выход.

Уравнение звена должно быть составлено так, чтобы оно выражало зависимость между входным и выходными сигналами данного звена, т. е. между теми величинами, которые представляют воздействие данного звена на последующее звено и воздействие предыдущего звена на данное. Звено может иметь несколько входных величин и внешнее возмущение.

Дифференциальные уравнения составляются на основании тех физических законов, которые определяют протекание процессов в изучаемом элементе. Чаще всего исходными являются фундаментальные законы сохранения, записанные применительно к рассматриваемому явлению. Для гидромеханических устройств таковыми являются уравнения расходов жидкости, протекающей через дросселирующие сечения и уравнения движения для подвижных элементов.

***Принципиальная схема, допущения, размерная модель.***

В качестве объекта демонстрации методов перехода к обобщённым переменным принимается простое, но типичное для САР устройство – гидромеханический следящий привод, принципиальная схема которого изображена на рис. 3.1.

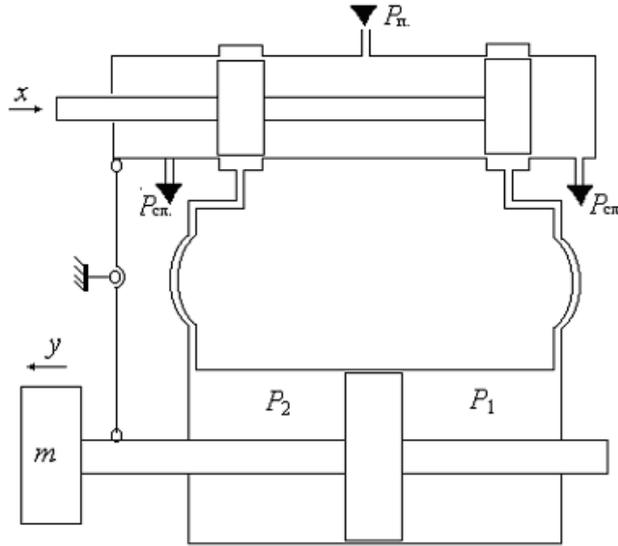


Рис. 3.1. Принципиальная схема гидромеханического следящего привода

Следуя первой заповеди экспериментатора, делать лабораторную установку как можно проще, примем самые жесткие допущения:

- параметры считаются сосредоточенными;
- золотник идеальный (перекрытие и радиальный зазор отсутствуют, симметричные щели);
- коэффициенты расхода щелей – равны и постоянны;
- потери в трубопроводах отсутствуют;
- давление питания поддерживается постоянным;
- давление слива равно нулю;
- кинематика обратной связи, соединения и вся другая конструкция – абсолютно жёсткие;
- рабочая жидкость неразрывна и невесома.

При сделанных допущениях математическая модель принимает вид:

$$\begin{aligned}
 m \frac{d^2 y}{dt^2} &= p_1 F_1 - p_2 F_2 - k_v \frac{dy}{dt} - R - F_c; \\
 \mu b x_{ш1} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_1)} &= F_1 \frac{dy}{dt} + \frac{V_{10} + F_1 y}{E} \frac{dp_1}{dt}; \\
 \mu b x_{ш2} \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2} &= F_2 \frac{dy}{dt} + \frac{V_{20} - F_2 y}{E} \frac{dp_2}{dt}; \\
 x_{ш1} &= x_{ш2} = x - k_{oc} y,
 \end{aligned}
 \tag{3.4}$$

где  $b$ ,  $x_{ш1}$ ,  $x_{ш2}$  – соответственно, длина и ширина первой и второй щелей;  $\mu$  – коэффициент расхода дросселирующей щели;  $p_1, p_2$  – соответственно, величины давления в первой и второй полостях;  $k_{oc}$  – коэффициент обратной связи;  $V_{10}, V_{20}$  – соответственно, начальные объемы первой и второй полостей;  $R$  – величина полезной нагрузки;  $F_c$  – величина сухого трения.

Несмотря на упрощения, система (3.4) остаётся сложной для численного анализа, так как включает в себя два десятка параметров (первоначальных переменных), а разброс числовых значений составляет  $10^{-5}$ – $10^9$ . Для решения её методом Рунге –Кутта с фиксированным шагом требуется 20–30 тысяч шагов. На рис. 3.2 показаны типичные переходные процессы для одного варианта исходных данных.

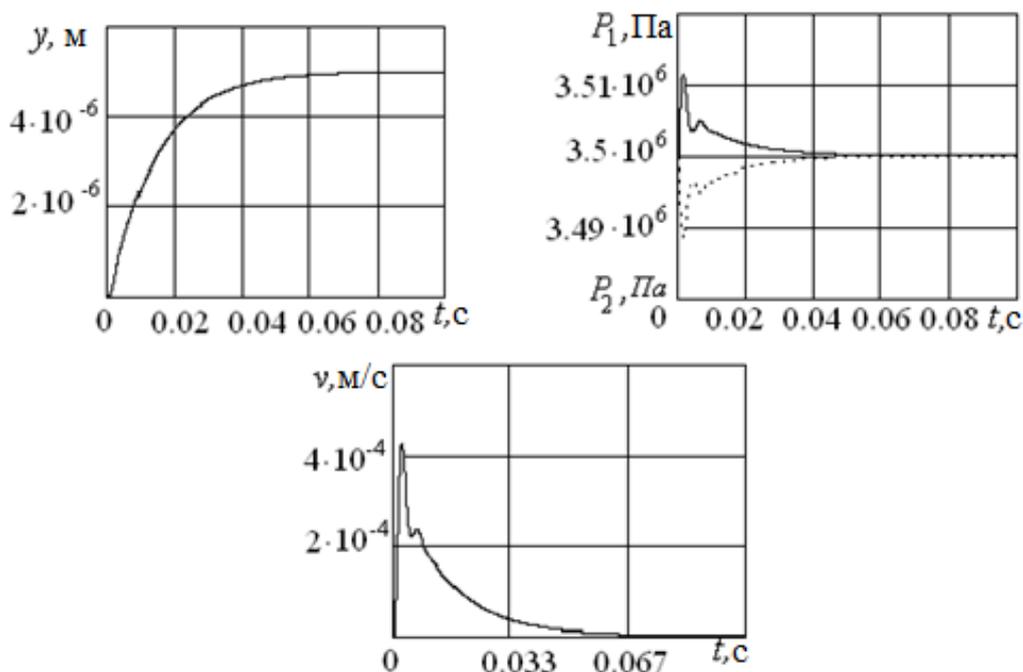


Рис. 3.2. Типовые размерные переходные процессы

**Масштабы преобразования.** Так как уравнения, описывающие процессы в приводе, известны, то искомые обобщённые переменные (комплексы) определяются при приведении уравнений к безразмерному виду. Для этого вводятся безразмерные переменные как отношения физических величин к их характерным значениям (значение, заданное по условию в качестве параметра задачи), а решение задачи ищется в форме зависимостей безразмерных функций

от безразмерных аргументов и критериев подобия (обобщённых переменных):

$$\bar{y} = \frac{y}{Y_0} = f\left(\frac{t}{T_0}, \frac{x}{Y_0}, \frac{p}{P_0}, \pi_1, \pi_2, \dots, P_1, P_2, \dots\right), \quad (3.5)$$

где  $Y_0, T_0, P_0$  – соответственно, характерные значения (масштабы) перемещения, времени и давления;  $\pi_1, \pi_2, \dots$  – безразмерные комплексы;  $P_1, P_2, \dots$  – параметрические комплексы.

Выбор масштабов преобразования является не очевидной и не однозначной задачей, но этот выбор не должен влиять на окончательный результат так же, как масштаб географической карты не должен влиять на фактическое расстояние. Обычно в качестве масштаба переменной предлагается принимать её характерное значение, заданное по условию задачи. Однако в данном примере привод рассматривается изолированно от потребителя и характерное время не задано, поэтому за масштаб следует принять одно из трёх характеристических времён:

$$T_c = \sqrt{\frac{m}{c_\Gamma}} \text{ – механическая постоянная времени гидропривода;}$$

$$T_{\text{ГП}} = \frac{F}{\mu \cdot b \sqrt{\frac{P_{\text{П}}}{\rho}}} \text{ – гидравлическая постоянная времени привода;}$$

$$T_v = \frac{p_0 V_0}{E Q_0} \text{ – емкостная постоянная времени гидропривода.}$$

В качестве масштаба перемещения можно принять характеристическую длину  $y_m = \frac{V_0}{F}$ . В качестве масштаба давления можно принять давление питания.

**Уравнения в безразмерной форме, анализ безразмерных комплексов.** Относительные переменные представляют собой частное от деления переменных на масштабы преобразования:

$$\bar{y} = \frac{y}{y_m}, \quad \bar{p} = \frac{p}{P_{\text{П}}}, \quad \bar{t} = \frac{t}{T_0}. \quad (3.6)$$

Подставляя (3.6) в (3.4) после несложных преобразований получаем три вида безразмерных уравнений, отличающихся принятым масштабом времени:

для  $T_0 = T_c$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 \bar{y}}{d\bar{t}^2} = \frac{\bar{P}_\Pi}{2} \cdot (\bar{p}_1 - \bar{p}_2) - 2\xi_{\bar{v}} \cdot \frac{d\bar{y}}{d\bar{t}} - \bar{R} - \bar{F}_c \\ \sqrt{2(1 - \bar{p}_1)} \cdot \bar{T}_c \cdot (\bar{x} - k_{oc}\bar{y}) = \frac{d\bar{y}}{d\bar{t}} + \bar{P}_\Pi \cdot \frac{d\bar{p}_1}{d\bar{t}} (1 + \bar{y}) \\ \sqrt{2\bar{p}_2} \cdot \bar{T}_c \cdot (\bar{x} - k_{oc}\bar{y}) = \frac{d\bar{y}}{d\bar{t}} + \bar{P}_\Pi \cdot \frac{d\bar{p}_1}{d\bar{t}} (1 + \bar{y}) \end{array} \right\}, \quad (3.7)$$

для  $T_0 = T_{\Gamma\Pi}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{T}_c^2 \frac{d^2 \bar{y}}{d\bar{t}^2} = \frac{\bar{P}_\Pi}{2} (\bar{p}_1 - \bar{p}_2) - 2\xi \bar{T}_c \frac{d\bar{y}}{d\bar{t}} - \bar{F}_c - \bar{R}; \\ (\bar{x} - k_{oc}\bar{y}) \sqrt{2(1 - \bar{p}_1)} = (1 + \bar{y}) \bar{P}_\Pi \frac{d\bar{p}_1}{d\bar{t}} + \frac{d\bar{y}}{d\bar{t}}; \\ (\bar{x} - k_{oc}\bar{y}) \sqrt{2\bar{p}_2} = -(1 - \bar{y}) \bar{P}_\Pi \frac{d\bar{p}_2}{d\bar{t}} + \frac{d\bar{y}}{d\bar{t}}; \end{array} \right\}, \quad (3.8)$$

для  $T_0 = T_v$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{T}_{cv}^2 \frac{d^2 \bar{y}}{d\bar{t}^2} = \frac{\bar{P}_\Pi}{2} (\bar{p}_1 - \bar{p}_2) - 2\xi \bar{T}_{cv} \frac{d\bar{y}}{d\bar{t}} - \bar{R} - \bar{F}_c; \\ (\bar{x} - k_{oc}\bar{y}) \sqrt{1 - \bar{p}_1} = (1 + \bar{y}) \frac{d\bar{p}_1}{d\bar{t}} - \frac{1}{\bar{P}_\Pi} \frac{d\bar{y}}{d\bar{t}}; \\ \frac{1}{\bar{P}_\Pi} \frac{d\bar{y}}{d\bar{t}} = (1 - \bar{y}) \frac{d\bar{p}_2}{d\bar{t}} + (\bar{x} - k_{oc}\bar{y}) \sqrt{\bar{p}_2}, \end{array} \right\}, \quad (3.9)$$

где  $\bar{T}_c = \frac{T_c}{T_{\Gamma\Pi}}$  – относительная постоянная времени гидропривода;

$\xi = \frac{k_v}{2\sqrt{m c_\Gamma}}$  – коэффициент относительного затухания

(демпфирования);  $\bar{P}_\Pi = \frac{p_\Pi}{E}$  – относительное давление питания;

$$\bar{T}_{cv} = \frac{T_c}{T_v} - \text{приведенная постоянная времени гидропривода}; \quad \bar{F}_c = \frac{F_c}{c_{\Gamma} y_m}$$

– относительное сухое трение;  $\bar{R} = \frac{R}{c_{\Gamma} y_m}$  – относительная нагрузка.

В уравнениях (3.7)–(3.9) осталось по два комплекса  $\xi$  и  $\bar{T}_c$  (или  $\bar{T}_{cv}$ ) и два параметрических критерия  $\bar{P}_{\Pi}$  и  $k_{oc}$ , в результате чего модель становится более обозримой. Но дело не только в упрощении; в самой группировке комплексов отражена физическая модель процесса, они определяют внутренние и общие свойства процессов, поэтому их можно принять в качестве новых обобщённых переменных.

Рассматривая структуру временных комплексов заключаем, что все они относятся к числу критериев гомохронности и получаются при исследовании всех нестационарных процессов; они устанавливают соответствие между характеристическими временами или, другими словами, сравнивают скорости двух процессов.

Как известно, коэффициент относительного затухания представляет собой отношение силы демпфирования к критической силе, т.е. такой, при которой колебательный процесс превращается в апериодический второго порядка. И если демпфирующая сила обусловлена вязким трением, то  $\xi = \frac{k_v}{2\sqrt{mc_{\Gamma}}}$ . С другой стороны, легко

показать, что это же выражение получается при сопоставлении мер сил вязкого трения и инерции:

$$\frac{k_v \frac{dy}{dt}}{m \frac{d^2 y}{dt^2}} \rightarrow \frac{k_v}{\sqrt{mc_{\Gamma}}}. \quad (3.10)$$

Таким образом, коэффициент затухания также является критерием подобия, мерой отношения сил вязкого трения и инерционных сил. Силы трения оказывают на детали привода стабилизирующее действие; через механизм этих сил энергия колебаний превращается в тепло и рассеивается в окружающей среде. Инерционные силы, напротив, поддерживают и усиливают неупорядоченность движения.

Параметрический комплекс  $\bar{P}_{\Pi}$  – оценивает сжимаемость рабочей жидкости; в гидроприводах его величина меняется мало. Комплекс  $k_{oc}$  является стандартным для следящих устройств.

Как указывалось, ранее, выбор масштабов является неоднозначной задачей. В зависимости от различных обстоятельств оказывается предпочтительным назначить тот или иной масштаб.

Так, например, в (3.8) используется масштаб  $T_c$ , значения которого обычно очень малы, поэтому безразмерные переходные процессы протекают за несуразно большое время – сотни и даже тысячи безразмерных секунд. Это психологически не привычно и приводит к необходимости при интегрировании назначать большое число шагов.

Гидравлическая постоянная времени  $T_{ГП}$  на порядок или даже два превышает механическую постоянную времени  $T_c$  и потому использование её в качестве масштаба времени, при прочих равных условиях, является более предпочтительным.

Во всём остальном системы (3.3) и (3.4) – очень похожи и имеют одинаковые комплексы; в первой упрощается уравнение сил, а во втором – расходов.

В случае больших присоединённых объёмов и малых расходов жидкости ёмкостная постоянная времени  $T_v$  может оказаться наибольшей, ёмкостной контур начнёт оказывать существенное влияние на динамические характеристики, тогда её использование становится более рациональным.

Таким образом, для гидропривода указанные комплексы определяют внутренние и общие свойства. В самой их группировке отражена физическая модель происходящих процессов; если значения комплексов двух или более приводов одинаковы, то безразмерные динамические характеристики также будут одинаковы, а размерные – подобны. Поэтому их следует принять в качестве новых обобщённых переменных и построить обобщённые характеристики точности, устойчивости и управляемости.

**Пример моделирования системы автоматического регулирования.** Рассмотрим регулятор частоты вращения воздушно-реактивного двигателя рис. 3.3. Не вдаваясь в подробности

работы регулятора, рассмотрим особенности формирования уравнений динамики для случая таких внешних воздействий на двигатель, при которых частота вращения ротора двигателя увеличивается (например, при подъёме на большую высоту). Положительные направления движений, показанные на рис. 3.3 соответствуют именно этому случаю.

Регулятор включает в себя четыре подвижных элемента. Однако можно составлять только два уравнения движения для поршня гидроусилителя и грузиков датчика частоты вращения, так как рычаг и золотник, если пренебречь люфтами, образуют с грузиками одну подвижную систему.

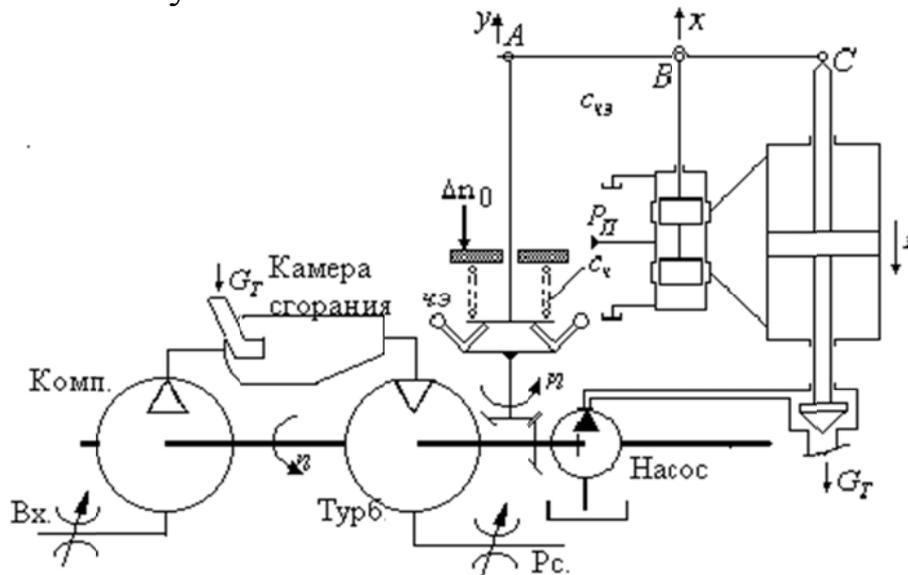


Рис. 3.3. Система автоматического регулирования частоты вращения двигателя

**Математическая модель.** Принимая обычные допущения (параметры – сосредоточены, жидкость – неразрывна, кинематические устройства и соединения – абсолютно жесткие, люфты в соединениях отсутствуют), составим уравнения динамики.

Уравнение для подвижной системы: поршень и дозирующая игла

$$m_z \frac{d^2 z}{dt^2} = (p_1 - p_2)F - k_v \frac{dz}{dt} - R_{gd} - F_c; \quad (3.11)$$

Уравнение для подвижной системы: чувствительный элемент

$$m_y \frac{d^2 y}{dt^2} = k_{gr} n^2 - c_y (y_n + y) - k_{vy} \frac{dy}{dt} - F_{cy}; \quad (3.12)$$

Уравнения расходов для верхней и нижней полостей гидроцилиндра при определённых допущениях имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu b X_{\text{ш}} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_{\text{п}} - p_1)} = Fv + \frac{V_0 + Fz}{E} \frac{dp_1}{dt} \\ Fv = \mu b X_{\text{ш}} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_1 - p_{\text{сл}})} + \frac{V_0 - Fz}{E} \frac{dp_2}{dt} \end{array} \right. \quad (3.13)$$

Выражение для ширины щели  $X_{\text{ш}}$  в общем случае с учётом перекрытия, ограничения и насыщения может иметь сложный вид. В дальнейшем вид нелинейности может варьироваться.

Анализ системы может выполняться двумя способами: аналитическим и численным. Так как аналитические методы пригодны лишь для линейных уравнений, то система (3.11)–(3.13) преобразуется к линейному виду методом обыкновенной линеаризации.

**Линеаризация модели.** Основным условием линеаризации системы (3.11)–(3.13) является условие малости возмущений параметров. Существенные нелинейности при этом не рассматриваются, а степенные функции разлагаются в ряд Мак Лорена с удержанием только первого члена разложения. Линейная система, соответствующая данной системе, имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta y = K_{\text{чз}} \Delta n; \\ m_z \frac{d^2 z}{dt^2} + k_{\text{vz}} \frac{dz}{dt} = \Delta p F; \\ k_{\text{Qx}} \Delta x_{\text{ш}} - k_{\text{Qp}} \Delta p = F \frac{dy}{dt} + \frac{V_0}{2E} \Delta p; \\ \Delta x_{\text{ш}} = k_R \Delta y - k_{\text{oc}} \Delta z; \end{array} \right. \quad (3.14)$$

Линейное уравнение двигателя записывается в обычном виде

$$T_{\text{dv}} \frac{dn}{dt} + \Delta n = k_{\text{dv}} (\Delta f_{\text{сн}} - k_{\text{ou}} \Delta z), \quad (3.15)$$

Система линейных уравнений может быть разрешена с помощью преобразования Лапласа или частотными методами. В любом случае исследование точности, чувствительности, робастности, устойчивости и управляемости теперь является делом техники.

Передаточные функции разомкнутой системы, регулятора и объекта регулирования (двигателя) имеет вид:

$$W(s) = \frac{K_{\text{пер}}}{T_{\text{ГП}}s(T_m^2s^2 + 2\xi T_m s + 1)} \frac{k_{dv}}{T_{dv}s + 1}; \quad (3.16)$$

$$k_{oc}$$

$$W_{\text{пер}}(s) = \frac{K_{\text{пер}}k_{oc}}{T_{\text{ГП}}T_m^2s^3 + 2\xi T_{\text{ГП}}T_ms^2 + T_{\text{ГП}}s + k_{oc}} \text{ и } W_{dv}(s) = \frac{k_{dv}}{T_{dv}s + 1}. \quad (3.17)$$

**Структурная схема.** Математическая модель в виде структурной схемы изображена на рис. 3.4. Она включает в себя три усилительных, колебательное и апериодическое динамические звенья.

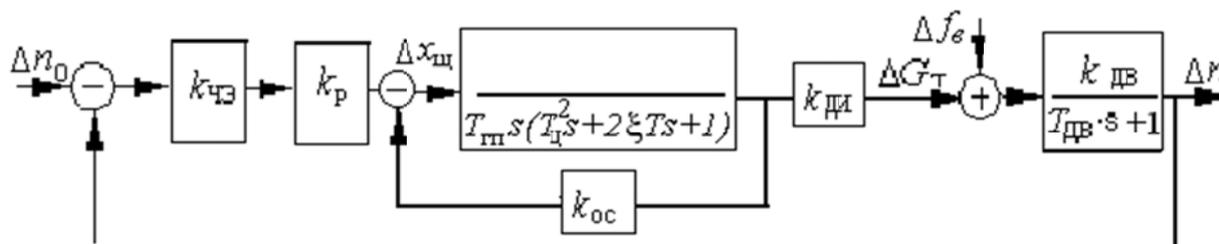


Рис. 3.4. Структурная схема САР частоты вращения

Внутренний замкнутый контур представляет собой гидравлический следящий привод. Таким образом, все звенья системы – статические и вся система является статической.

**Исследование точности, устойчивости и управляемости.** Устойчивость и управляемость системы также могут быть определены любым стандартным способом.

Автоматизация анализа и синтеза систем регулирования с использованием линеаризованных систем получила в последнее время существенное развитие. Созданы и активно используются пакеты прикладных программ СИАМ, VISSIM, SIMYLINK и, др. Особенно следует отметить пакет CONTROL SYSTEM, который вобрал в себя все передовые достижения в этой области. В основе иерархии пакета положен родительский объект (класс) LTI (Linear Time –Invariant System – линейные, инвариантные во времени системы). Дочерние объекты (классы), т.е. подклассы класса LTI соответствуют различным формам представления систем: TF –объект

(*Transfer Function* – передаточная функция), *ZPK* – объект (*Zero – Pole – Gain* – нули – полюсы – коэффициенты передачи), *SS* – объект (*State Space* – пространство состояния). Объект *LTI*, как наиболее общий, содержит информацию, не зависящую от конкретного представления системы (непрерывного или дискретного), а также от имён входов и выходов. Дочерние объекты определяются конкретной формой представления системы, т.е. зависят от модели представления. Объект класса *TF* характеризуется векторами коэффициентов числителя и знаменателя рациональной передаточной функции. Объект класса *ZPK* характеризуется векторами, содержащими значения нулей, полюсов и коэффициента передачи системы. Объект класса *SS* определяется четвёркой матриц, описывающих динамическую систему в пространстве состояния. Пакет имеет около пятидесяти методов, позволяющих автоматизировать не только анализ, но и некоторые процедуры синтеза.

***Преобразование структурной схемы и предварительное исследование.*** Структурная схема преобразуется к виду последовательно соединённых передаточных функций регулятора и объекта. При этом передаточные функции последовательно соединённых звеньев перемножаются, а параллельных – складываются. Соединения с обратной связью преобразуются по соответствующим правилам.

Затем формируется структурная схема неизменяемой части системы, которая используется в дальнейшем для предварительного исследования.

Вначале надо убедиться, что неизменяемая часть системы является устойчивой, для чего необходимо построить ЛАФЧХ разомкнутого контура и определить запасы устойчивости по модулю и фазе (или недостающие запасы).

По результатам предварительного исследования делается заключение о необходимости корректирующего устройства. Например, схема на рис. 3.4 устойчива, но слишком неточная и требует уменьшения статической ошибки путём оптимизации параметров или введения КУ. Исследование точности и управляемости выполняется только для устойчивых САР.

**Выбор параметров корректирующих устройств (КУ).** Выбор типа КУ является весьма специфичной не формальной задачей и потому в данной работе выбор типа КУ не обсуждается. Выбор оптимальных параметров КУ также является непростой задачей. Имеется множество приёмов выбора оптимальных параметров КУ. Выбор параметров предлагается осуществлять упрощенным методом (метод проб и ошибок) находя по возможности компромисс между требованиями точности, устойчивости и управляемости.

В данном случае, например, рекомендуется использовать дифференцирующее корректирующее устройство, вводимое с целью повышения устойчивости системы и имеющего вид:

$$W_k(s) = \tau_d s + 1. \quad (3.18)$$

В общем случае применяется интегро-дифференцирующее звено с передаточной функцией вида:

$$W_k(s) = \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 + 1)}{(\tau_3 s + 1)(\tau_4 + 1)} K_{ky}. \quad (3.19)$$

Значения коэффициентов усиления и постоянных времени КУ в первом приближении задаются ориентировочно и впоследствии уточняются.

### **Точность систем регулирования в установившихся режимах.**

Системы регулирования по точности разделяются на статические (т.е. имеющие статические ошибки) и астатические, которые имеют скоростную ошибку.

Ошибки одномерной системы считаются по формулам:

$$\Delta y_{ст} = \lim_{\substack{t \rightarrow \infty \\ s \rightarrow 0}} (\Delta \varepsilon(s)) \quad (3.20)$$

$$\Delta \varepsilon = \frac{1}{1 + W_{пер}(s)W_o(s)} \Delta y_0 + \frac{W_o(s)}{1 + W_{пер}(s)W_o(s)} \Delta f_b$$

Например, если (3.15) подставить в (3.20), то получим:

$$\Delta y_{ст} = \frac{1}{1 + K_{пер} k_{dv}} \Delta y_0 + \frac{k_{dv}}{1 + K_{пер} k_{dv}} \Delta f_b. \quad (3.21)$$

Коэффициент усиления двигателя имеет порядок единицы  $\left( k_{дв} = (1 - 2) \frac{\text{об/мин}}{\text{кг/час}} \right)$ , поэтому для повышения точности следует

увеличивать коэффициент усиления регулятора, что может быть неприемлемо по другим соображениям (например, из-за возможной неустойчивости).

**Устойчивость систем регулирования.** Проверка устойчивости системы выполняется в первую очередь, так как неустойчивая система не может быть использована на практике.

Наиболее распространенным алгебраическим методом является метод Гурвица. Для этого составляется характеристический полином замкнутой системы и определяется устойчивость по правилу Гурвица или с использованием таблицы Рауса. Наиболее распространенным частотным методом является метод Найквиста.

На этом завершим краткий экскурс в линейные методы теории автоматического регулирования. Далее покажем, как можно решать описанные задачи численно с использованием пакетов компьютерной математики.

Развитие пакетов компьютерной математики идёт по пути универсализации. *Eureka*, *MuPAD*, *MathCAD*, *Maple*, *Mathematica*, *MATLAB* в процессе длительного развития превратились в интегрированные среды, позволяющие выполнять расчёты как в аналитической, так и численной и графической формах. Однако есть между ними различия, связанные, в первую очередь, с их назначением. Так пакеты *Eureka* и *MuPAD* имеют учебное назначение, *Maple* и *Mathematica* предназначены для исследования сложных математических задач, *MathCAD* – для физических и инженерных задач, а *MATLAB*, по образному выражению законодателя мод в этой области В. П. Дьяконова является “Мерседесом” среди прочих автомобилей.

Математическое описание гидравлических систем является типично инженерной задачей, где требуемая точность расчётов определяется точностью эмпирических коэффициентов. Поэтому в данном курсе предлагается использовать инженерные пакеты *MathCAD* и *MATLAB*, хотя автор не вполне уверен в оптимальности этого решения. Достоинствами *MathCAD* является сравнительная лёгкость и наглядность вычислений, отображение математических выражений в том виде, в каком они записываются на доске или в тетрадке, совпадения формы модели, алгоритма и программы. В пособии *MathCAD* используется для механизации повседневных гидравлических расчётов, путём создания так называемых скрипт –

файлов (сценариев). Иное дело *MATLAB*, в принципе его также можно использовать для автоматизации рутинных расчётов и их графической иллюстрации, но главное его достоинство заключается в возможности создания библиотек файл – функций, которые затем с помощью головных программ могут объединяться в различные программы и, особенно, в наличии приложений, которые также могут быть полезными в нашем случае.

Остановимся на двух из них: *Control system* и *Simulink*. *Control system* – в котором с помощью родительского класса *Lti* можно сформировать динамическую модель в виде передаточной функции (дочерний класс *tf* – *transfer function*), пространства состояний (дочерний класс *ss* – *space station*) и коэффициент усиления, полюса и нули (дочерний класс *zpk* – *zero, pole, koefition*).

Пакет *Control system* предназначен для моделирования и проектирования систем управления с обратной связью. Основное внимание в пакете уделено стационарным линейным системам. Это могут быть линейные непрерывные и дискретные системы с одним входом и выходом *SISO* (*Single Input Single Output*) и многомерные системы со многими входами и выходами (*Multi Input Multi Output*). Пакет реализует объектно-ориентированное программирование. В качестве родительского класса вводится класс *Lti* (*Linear –Time –Invariant* – линейные, инвариантные во времени системы), который имеет три дочерних класса: *tf* (*transfer function* – передаточные функции), *zpk* (*zero –pole –coefition* – нули, полюса, коэффициенты усиления), *ss* (*space station* – пространство состояний). Пакет *Control system* обеспечивает создание структуры данных для модели любого типа.

При использовании аппарата передаточных функций модели создаются с помощью функции *tf* непосредственно в командном окне пакета. Благодаря возможностям объектно-ориентированного программирования модели систем обладают свойствами объектов, которые легко можно менять; переопределённые функции, применяемые для работы, принято называть методами. Например, если мы имеем две передаточные функции

$$W_1 = \frac{1}{0.1s + 1} \quad \text{и} \quad W_2 = \frac{20}{0.01s^2 + 0.03s + 1},$$

то можно их сложить или перемножить. Конечно, операторы сложения и умножения здесь не являются арифметическими, они соответствующим образом переопределены.



```
>> W1=tf([1],[0.1 1])
```

*Transfer function:*

1

-----

0.1 s + 1

```
>> W2=tf([20],[0.01 0.03 1])
```

*Transfer function:*

20

-----

0.01 s<sup>2</sup> + 0.03 s + 1

```
>> W3=W1+W2; W4=W1*W2;
```

```
>> W3
```

*Transfer function:*

0.01 s<sup>2</sup> + 2.03 s + 21

-----

0.001 s<sup>3</sup> + 0.013 s<sup>2</sup> + 0.13 s + 1

```
>> W4
```

*Transfer function:*

20

-----

0.001 s<sup>3</sup> + 0.013 s<sup>2</sup> + 0.13 s + 1

Если необходимо, например, определить передаточную функцию структурной схемы, у которой передаточная функция  $W2$  является отрицательной обратной связью передаточной функции  $W1$ , то можно применить функцию **feedback** или воспользоваться

известной формулой  $\phi = \frac{W1}{1 + W1 \cdot W2}$



```
>> W1=tf([1],[0.1 1]);
```

```
>> W2=tf([20],[0.01 0.03 1]);
```

```
>> F=W1/(1+W1*W2)
```

*Transfer function:*

$$0.001 s^3 + 0.013 s^2 + 0.13 s + 1$$

---

$$0.0001 s^4 + 0.0023 s^3 + 0.026 s^2 + 2.23 s + 21$$

Определение *zpk* и *ss* показано на следующем фрагменте

*MATLAB*



```
>> F=W1/(1+W1*W2)
```

*Transfer function:*

$$0.001 s^3 + 0.013 s^2 + 0.13 s + 1$$

---

$$0.0001 s^4 + 0.0023 s^3 + 0.026 s^2 + 2.23 s + 21$$

```
>> zpk(F)
```

*Zero/pole/gain:*

$$10 (s+10) (s^2 + 3s + 100)$$

---

$$(s+30.85) (s+10) (s^2 - 17.85s + 680.7)$$

```
>> ss(F)
```

*a =*

*x1 x2 x3 x4*

*x1 -23 -16.25 -87.11 -102.5*

*x2 16 0 0 0*

*x3 0 16 0 0*

*x4 0 0 8 0*

*b =*

*u1*

*x1 4*

*x2 0*

*x3 0*

*x4 0*

*c =*

*x1 x2 x3 x4*

*y1 2.5 2.031 1.27 1.221*

*d =*

*u1*

*y1 0*

*Continuous -time model.*

Таким образом, с помощью пакета *Control system* можно выполнить полный динамический анализ любой линейной системы регулирования. Покажем, как это делается для следящего гидропривода. Линеаризованная система уравнений имеет вид:

$$\left. \begin{cases} m \frac{d^2 z}{dt^2} + k_v \frac{dz}{dt} + c \Delta z = F \Delta p \\ k_{Qx} \Delta x - k_{Qp} \Delta p = F \frac{dz}{dt} + \frac{V_0}{E} \frac{dp}{dt} \end{cases} \right\}, \quad (3.22)$$

где  $k_{Qx} = \mu b \sqrt{\frac{2}{\rho} p_0}$ ;  $k_{Qp} = \frac{\mu f + \mu_c b x_0}{\sqrt{2 \rho p_0}}$  – коэффициенты линеаризации;

Далее (рис. 3.5 и рис. 3.6) приведена копия экрана динамического анализа этой системы в среде *MATLAB*.

```

>>
KQx =
    0.0829

KQp =
    2.3948e-011

a3 =
    1.2034e-008

a2 =
    1.4530e-006

a1 =
    1.2178e-004

a0 =
    2.8819e-004
>>
C:\MATLAB6p5\work\Lin_Gy.m
File Edit View Text Debug Breakpoints Web Window Help
Stack: Base
1
2 %Линейные параметры гидроусилителя
3
4 %Исходные данные
5 m=2; c=2*10^4; Kv=100; F=1.662*10^-3; mu=0.7; ro=785;
6 b=2.71*10^-3; Pp=1.5*10^6; x0=2.166*10^-4; V0=0.001; E=10^8;
7
8 %Коэффициенты линеаризации
9 KQx=mu*b*sqrt(Pp/ro)
10 KQp=2*mu*b*x0/sqrt(Pp*ro)
11
12 %Коэффициенты характеристического уравнения
13 a3=V0*m/(E*F)
14 a2=KQp*Kv/F+V0*m/(E*F)
15 a1=KQp*Kv/F+V0*c/(E*F)
16 a0=KQp*c/F
script Ln 16 Col 14

```

Рис. 3.5. Листинг программы 1

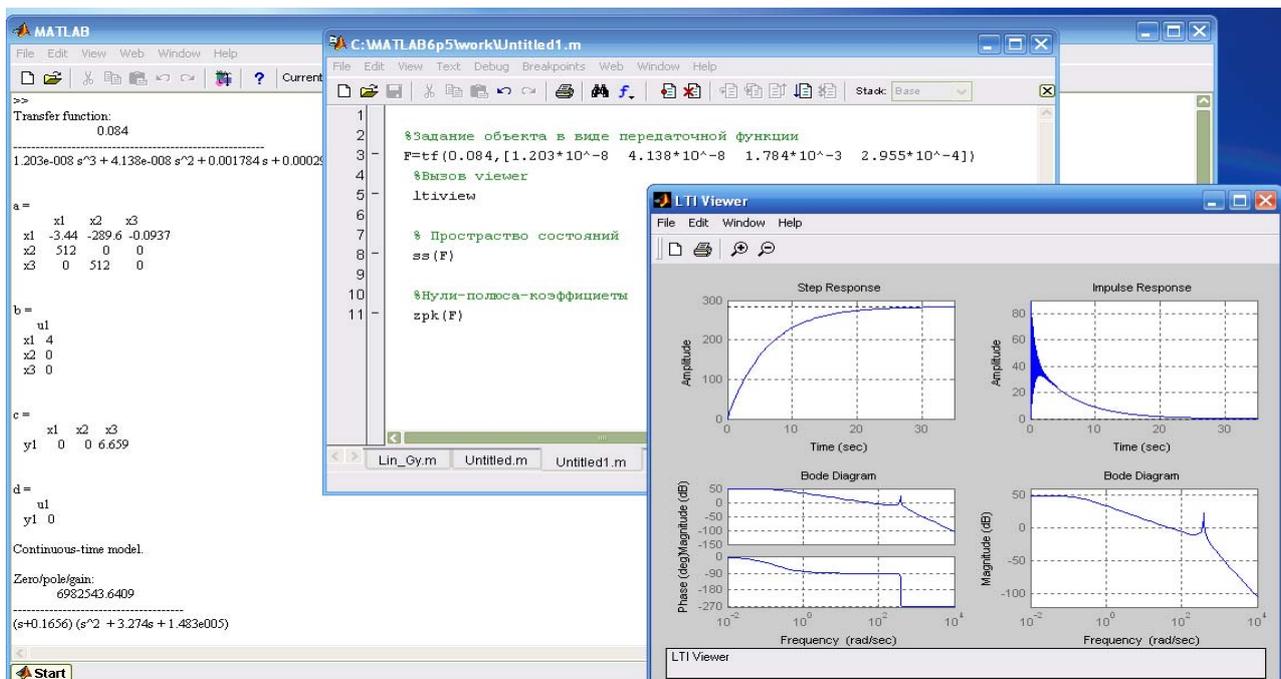


Рис. 3.6. Листинг программы 2

Пакет *Control system* выполняет не только моделирование и анализ систем, что, в общем, не удивительно, но и позволяет автоматизировать некоторые процедуры синтеза.

Другим важнейшим расширением является пакет моделирования динамических процессов *Simulink*. Он служит для блочного моделирования различных систем и устройств. *Simulink* имеет обширную библиотеку блочных компонентов и удобный редактор блок-схем. Последний основан на использовании возможностей графического интерфейса пользования и по существу является типичным средством визуального программирования. Используя наборы блок-схем (рис. 3.7), пользователь с помощью мышки переносит нужные компоненты на рабочий стол пакета *Simulink* (метод *Drag & Drop*) и соединяет линиями входы и выходы блоков.

Таким образом, готовится блок –схема моделирования системы или устройства. *Simulink* автоматизирует процедуру решения сложных систем алгебраических и дифференциальных уравнений, описывающих заданную систему, обеспечивает удобный и наглядный визуальный контроль за поведением созданного устройства. На рис. 3.7 приводится пример интегрирования уравнений динамики следящего гидропривода.

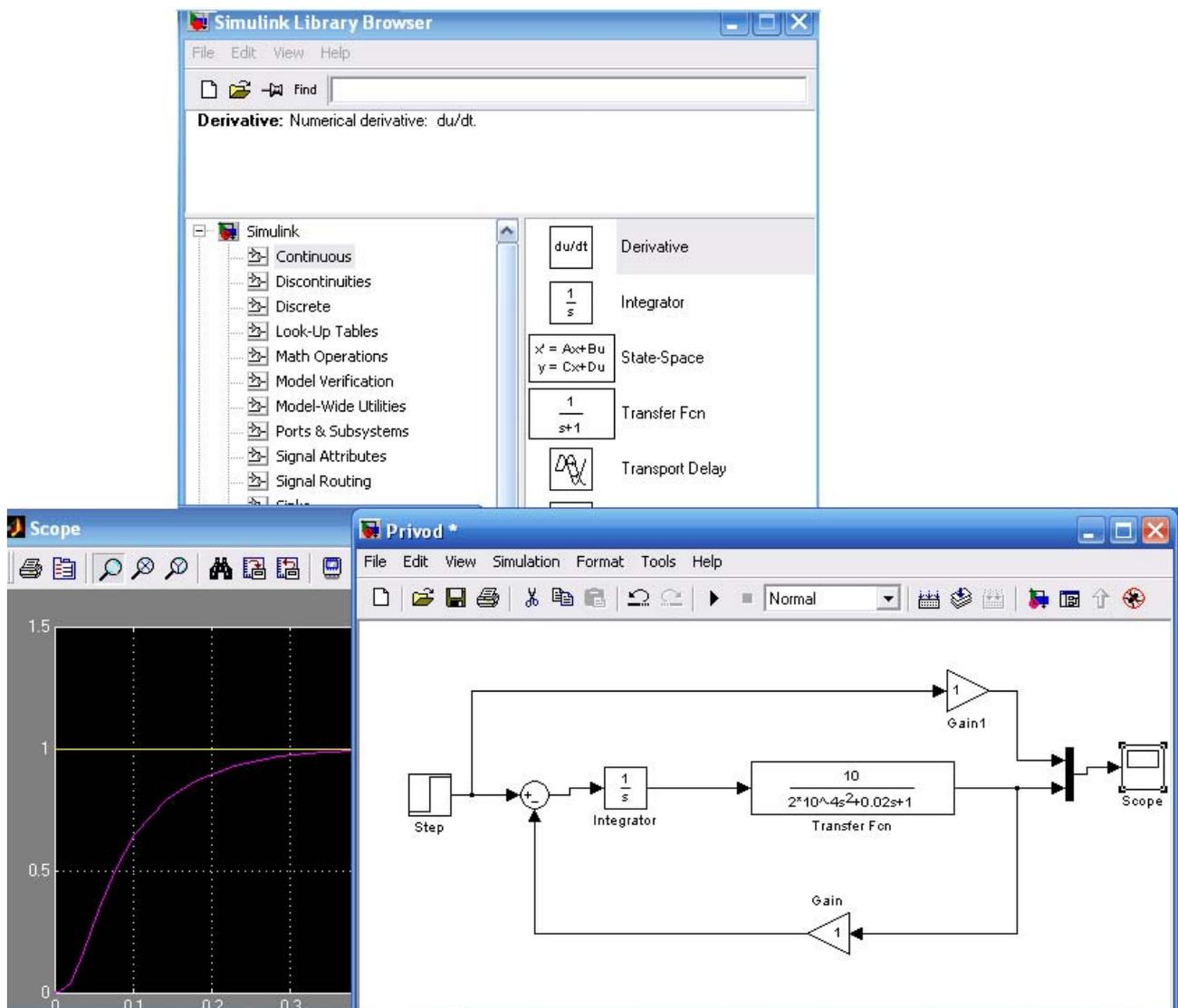


Рис. 3.7. Блок-схема моделирования системы

Основное достоинство *Simulink* заключается в обширной и доступной для модификации библиотеке компонентов. Она включает в себя все стандартные источники сигналов, масштабируемые, линейные и нелинейные преобразователи, все типовые динамические звенья, источники сигналов и так далее. В библиотеке имеется большой набор регистрирующих устройств – от вольтметра и амперметра до анализаторов спектров сигналов, многоканальных самописцев и средств анимации графиков. Важным достоинством *Simulink* является возможность задания в блоках произвольных математических выражений и системных  $S$ -функций с включением их в состав библиотеки *Simulink*.

Несомненно, *Simulink* является очень мощным оружием и, к тому же, может использоваться самым широким кругом

пользователей – от квалифицированных программистов до неопытных учеников, даже не имеющих навыков моделирования и программирования.

## **Тесты для закрепления теоретического материала**

1. *Гидромеханические устройства включают в себя:*

- гидравлическое сопротивление (дроссель), гидравлическая ёмкость (объём) и масса с пружиной (механической или гидродинамической).
- местные гидравлические сопротивления, установившийся расход среды, через которые определяется по известным из гидравлики формулам.
- деталь или группа деталей, при перемещении которых частично или полностью перекрывается проходное сечение гидроаппарата.

2. *В гидромеханических устройствах протекают процессы*

- истечения, заполнения и опорожнения ёмкостей, взаимного превращения видов механической энергии.
- Стабилизации характеристик системы.
- частичного открытия или перекрытия проходного сечения.

3. *Все виды дроссельных устройств с регулируемыми и нерегулируемыми проходными сечениями представляют собой*

- гидравлическое сопротивление (дроссель), гидравлическая ёмкость (объём) и масса с пружиной (механической или гидродинамической).
- местные гидравлические сопротивления, установившийся расход среды, через которые определяется по известным из гидравлики формулам.
- деталь или группа деталей, при перемещении которых частично или полностью перекрывается проходное сечение гидроаппарата.

4. *Следящим называется гидропривод, в котором*

- площадь его проходного сечения можно изменять путем воздействия на его запорно-регулирующий элемент из вне.

- проходное сечение изменяется в результате непосредственного воздействия контролируемого потока рабочей жидкости на запорно-регулирующий элемент клапана.
- распределение жидкости основано на принципах построения гидравлических делителей давления, в которых используются регулируемые и настраиваемые гидродроссели.
- перемещение его выходного звена находится в строгом соответствии с величиной управляющего воздействия.

#### 5. *Моделирование – это*

- замещение одного объекта (оригинала) другим (моделью) и фиксация и изучение свойств модели.
- тоже система со своими множествами параметров  $S_m$  и характеристик  $Y_m$ .
- взаимосвязанная совокупность положений, определений, методов и средств создания моделей.
- представляют собой формализованное представление системы с помощью абстрактного языка, с помощью математических соотношений, отражающих процесс функционирования системы.

#### 6. *Математические модели*

- замещение одного объекта (оригинала) другим (моделью) и фиксация и изучение свойств модели.
- Совокупность уравнений того или иного вида, с той или иной степенью точности отражающая физические процессы, протекающие в системе.
- тоже система со своими множествами параметров  $S_m$  и характеристик  $Y_m$ .
- взаимосвязанная совокупность положений, определений, методов и средств создания моделей.
- представляют собой формализованное представление системы с помощью абстрактного языка, с помощью математических соотношений, отражающих процесс функционирования системы.

7. *Способы составления математической модели*

- Теоретические и экспериментальные.
- В виде совокупности моделей, составленных для каждого отдельно взятого функционального элемента системы.
- Результат математического описания реакции системы на типовое воздействие.

8. *Аналитической моделью называется*

- такое формализованное описание системы, которое позволяет получить решение уравнения в явном виде, используя известный математический аппарат.
- характеризуется зависимостью такого вида, который допускает только частные решения для конкретных начальных условий и количественных параметров моделей.
- совокупность описания системы и внешних воздействий, алгоритмов функционирования системы или правил изменения состояния системы под влиянием внешних и внутренних возмущений.
- тоже система со своими множествами параметров  $S_m$  и характеристик  $Y_m$ .

9. *Численная модель*

- такое формализованное описание системы, которое позволяет получить решение уравнения в явном виде, используя известный математический аппарат.
- характеризуется зависимостью такого вида, который допускает только частные решения для конкретных начальных условий и количественных параметров моделей.
- совокупность описания системы и внешних воздействий, алгоритмов функционирования системы или правил изменения состояния системы под влиянием внешних и внутренних возмущений.
- тоже система со своими множествами параметров  $S_m$  и характеристик  $Y_m$ .

10. *Имитационная модель – это*

- такое формализованное описание системы, которое позволяет получить решение уравнения в явном виде, используя известный математический аппарат.
- характеризуется зависимостью такого вида, который допускает только частные решения для конкретных начальных условий и количественных параметров моделей.
- совокупность описания системы и внешних воздействий, алгоритмов функционирования системы или правил изменения состояния системы под влиянием внешних и внутренних возмущений.
- тоже система со своими множествами параметров  $S_m$  и характеристик  $Y_m$ .

**Задание**

1. Составить алгоритмы и программы расчёта статических характеристик в *MCAD* для гидроприводов с двух и одно щелевым золотниками.

2. Передаточная функция разомкнутого следящего привода

имеет вид: 
$$W(s) = \frac{k}{T_{\text{ГП}} \cdot (T_m^2 s^2 + 2\xi T_m s + 1)}$$
:

2.1. Постройте амплитудно-фазовые частотные характеристики и годограф Найквиста;

2.2. Определите передаточную функцию замкнутой системы и соответствующее дифференциальное уравнение;

2.3. Постройте модель привода в переменных состояния;

2.4. Наберите структурную схему в среде *Simulink*. Постройте переходные процессы и сравните их с соответствующими результатами численного интегрирования.

3. Приведите передаточную функцию разомкнутого следящего привода к безразмерному виду. Постройте логарифмические амплитудно-фазовые частотные характеристики для значений:  $T_{\text{ГП}} = 0.1 \text{ с}$ ;  $T_m = 0.01 \text{ с}$ ;  $\xi = 0.1$ ;  $k = 1$ .

4. Эффективный коэффициент вязкого трения дросселя, выполненного в виде цилиндрического насадка, обычно определялся как:  $k_v = 8\pi\nu r l_0 (d / d_0)^4$ . Это выражение основано на линеаризации

выражения для потерь давления в дросселе  $d_0$ . Решите эту задачу в общем виде.

*Указание:* Введите противодавление в виде потерь давления на

дросселе: 
$$p' = \frac{\rho v_0^2}{2} = \frac{\rho v^2}{2} \left(\frac{d}{d_0}\right)^4.$$

5. Разработайте динамическую модель клапанов постоянного давления и редукционного клапана.

6. Наберите в среде *Simulink* структурную схему, изображённую на рис. 3.7.

7. Уравнение вынужденного движения имеет вид:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} + 5y = 3z.$$

Запишите уравнения состояния в векторно-

матричной форме и определите матрицы  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ .

*Указание:* Принимая в качестве фазовых координат перемещение  $-y$  и скорость  $-v$ , определите матрицы. Запишите уравнения в виде  $\frac{dx}{dt} = Ax + Bu$ .

### Контрольные вопросы и задания

1. В работе рассматривается следящий гидропривод с четырёхщелевым "идеальным" золотником (без перекрытия и радиального зазора). Как изменятся статические и динамические характеристики в случае положительного или отрицательного перекрытия, ограничения перемещения золотника, переменной длины щелей.

2. Почему в САР непрямого действия можно добиться более высокой точности регулирования, нежели в регуляторах прямого действия?

3. Почему нельзя повышать точность следящей системы за счёт последовательного включения интегрирующего звена?

4. Какими конструктивными мероприятиями можно повысить быстродействие изодромных регуляторов? Почему при этом будет ухудшаться устойчивость?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

**Тема:** Разгон и дросселирование ТРД (Гидрозамедлитель).

**Цель:** Определение качественного влияния различных размерных факторов на переходные процессы гидрозамедлителя.

### Краткие теоретические сведения

Несмотря на большое разнообразие, функциональную схему гидромеханических систем регулирования, в первом приближении, можно представить в единообразном виде. На схеме рис. 4.1 показана функциональная схема регулирования частоты вращения двигателя. Не трудно сообразить, какие изменения следует внести в функциональную схему, если вместо частоты вращения будет температура, степень повышения давления в компрессоре и т. п.



Рис. 4.1. Функциональная схема САР

Задающим устройством в данном случае является ручка управления двигателем (РУД), с помощью которой изменяется затяжка пружины чувствительного элемента; желаемое значение частоты вращения шифруется в виде силы пружины  $P_{пр}$ . Действительное значение частоты вращения в чувствительном элементе шифруется в виде центробежной силы  $P_{об}$ . В сравнивающем устройстве формируются разность этих сил, которая эквивалентна разности желаемой и действительной частот вращения. Далее эта разность преобразуется в рычаге, усиливается в гидроусилителе, и превращается в изменение расхода топлива  $G_T$  (регулирующее

воздействии), пропорциональное отклонению регулируемой величины. Далее рассмотрим процессы регулирования частоты вращения в различных схемах САР.

Системы регулирования переходных режимов совершенствовались в соответствии с ужесточением требований к качеству переходных процессов. На первых порах двигатели оснащались временными регуляторами, которые в совокупности с двигателем образуют разомкнутую САР.

Типичными представителями временных регуляторов являются гидрозамедлитель (ГЗ). Гидрозамедлитель устанавливается либо в кинематической цепи настройки статического регулятора, либо в гидравлической системе, управляющей скоростью перемещения дозирующих устройств. В обоих случаях задача заключается в том, чтобы независимо от темпа перемещения ручки управления двигателя обеспечить перемещение дозирующего органа с конечной постоянной скоростью.

Схемы ГЗ отличаются простотой, стабильностью характеристик, лёгкостью регулировки. Однако им свойственен ряд недостатков, основным из которых является разомкнутый характер регулирования и отсутствие реакции на изменение параметров двигателя.

По мере расширения диапазона высоты и скорости полёта и ужесточения требований к показателям качества регулирования стали проявляться недостатки временных регуляторов, что и привело, в конечном счёте, к распространению замкнутых систем управления разгоном авиационного двигателя.

Гидрозамедлитель работает в диапазоне оборотов от начала автоматического регулирования следующим образом (рис. 4.2). На расчётном установившемся режиме работы системы подвижная часть гидрозамедлителя находится в равновесном положении. Количество топлива, поступающего от клапана постоянного давления (КПД) через дроссельный пакет наполнения  $f_l$  (рис. 4.2) под поршень 6, равно количеству топлива, идущего на слив через канал в штоке 8, полу прикрытым ползуном 11. Давление топлива под поршнем поддерживается таким, что усилие от давления топлива на поршень слева уравнивается усилием пружины 2 справа.

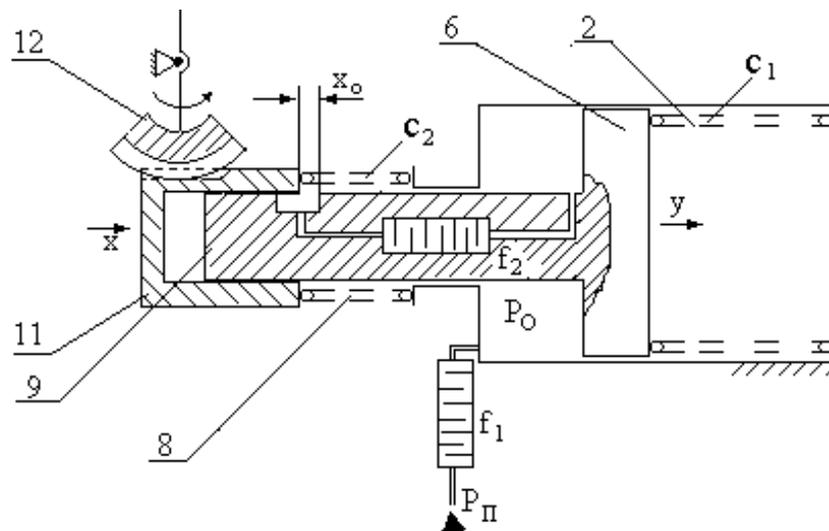


Рис. 4.2. Принципиальная схема гидрозамедлителя

При переводе рычага управления в положение более высокого режима (увеличение угла наклона  $\alpha_{\text{руд}}$ ) промежуточный рычаг 10 передвигает ползун 11 вправо. Передвигаясь вправо, ползун 11 перекрывает отверстие в штоке 8 и прекращает (или уменьшает) слив топлива из-под поршня.

Давление под поршнем возрастает и поршень двинется вправо, пере затягивая пружину центробежного регулятора или передвигая дозирующий орган. Поршень со штоком будет двигаться вправо до тех пор, пока не откроется отверстие в штоке и вновь не наступит положение равновесия. При переводе рычага управления в сторону уменьшения частоты вращения ползун 11 под действием пружины 9 пойдёт влево и откроет отверстие в штоке. Давление под поршнем гидрозамедлителя уменьшается, т. к. количество сливаемого топлива будет больше нагнетаемое, что обеспечивается большей приливкой  $f_2$  по сравнению пакетом  $f_1$ . Поршень под действием пружины 2 пойдёт влево, уменьшая затяжку пружины центробежного регулятора (или проходное сечение дозирующего устройства).

**Математические модели гидрозамедлителя.** В принципе для моделирования регуляторов достаточно иметь принципиальную схему, как, например, на рис. 4.2. Вместе с тем нередко оказывается необходимым иметь конструктивную и функциональные схемы, что позволяет выполнять более адекватное моделирование. На рис. 4.3 приведена функциональная схема гидрозамедлителя в процессе разгона.

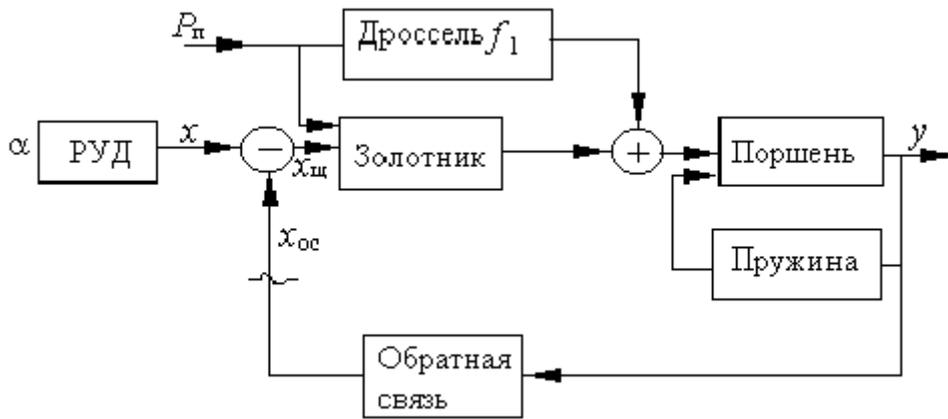


Рис. 4.3. Функциональная схема гидрозамедлителя

При составлении модели первого уровня приняты следующие допущения:

- коэффициенты расхода дросселей и дросселирующей щели гидрозамедлителя постоянные (квадратичный режим истечения);
- жидкость несжимаемая и соблюдается условие неразрывности;
- масса движущихся частей и присоединённая масса жидкости – малы;
- гидродинамическая сила на золотнике отсутствует.

При сделанных допущениях квазистационарная модель гидрозамедлителя для случая разгона ( $x > 0$ ) имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} F \frac{dy}{dt} = \mu_1 f_1 \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p)} \\ pF_1 = c(y_n + y_0 + y) \end{array} \right\}. \quad (4.1)$$

Откуда скорость поршня  $v_1$  при разгоне ( $x > 0$ ) равна:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\mu_1 f_1}{F} \sqrt{\frac{2}{\rho} \left( p_n - \frac{c(y_n + y_0 + y)}{F} \right)}. \quad (4.2)$$

При торможении ( $x < 0$ ) скорость поршня  $v_2$  равна:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\mu_2 f_2}{F} \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{c(y_n + y_0 + y)}{F}}. \quad (4.3)$$

Например, если исходные данные имеют следующие значения:  $F = 12 \cdot 10^{-4}$ ;  $f_1 = 0,5 \cdot 10^{-6}$ ;  $f_2 = 0,8 \cdot 10^{-6}$ ;  $\mu_1 = \mu_2 = 0,8$ ;  $p_n = 1$  МПа;  $p_{сл.} = 0$ ; то скорости при разгоне и торможении соответственно равны:  $v_1 = 12,5 \cdot 10^{-3}$  м/с и  $v_2 = 20 \cdot 10^{-3}$  м/с.

Выбирая площади входного и выходного дросселей можно в первом приближении обеспечить требуемые скорости разгона и торможения.

Для проверки соответствия динамическим требованиям необходимо составить более точную модель, учитывающую сжимаемость жидкости, инерционную нагрузку, силу трения и т. п. Вместе с тем, следует выбрать разумную меру сложности модели, обеспечивающую как приемлемую точность, так и возможность реализации. Рассмотрим модель со следующими допущениями:

- коэффициенты расхода золотникового распределителя и дросселей считаются постоянными;
- соблюдаются условие неразрывности жидкости и закон Гука;
- трубопроводы считаются короткими (сосредоточенные параметры);
- существенные нелинейности – не рассматриваются;
- давление слива равно нулю.

Размерная динамическая модель в таком случае будет иметь вид:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = pF - k_v \frac{dy}{dt} - c(y_n + y_0 + y) - F_c \text{Sign}\left(\frac{dy}{dt}\right) \quad (4.4)$$

$$\mu_1 f_1 \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_n - p)} = \mu f_u \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2} + \frac{V_0 + F_1 y}{E} \frac{dp}{dt} + F \frac{dy}{dt},$$

так как площадь щели в общем случае равна  $f_u = b(x_0 + y - x)$ , то уравнение расхода для случая  $f_2 \gg f_1$  и  $(x_0 - x + y) > 0$  принимает вид:

$$\mu_1 f_1 \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_n - p)} = \mu b(x_0 - x + y) \sqrt{\frac{2}{\rho} p} + \frac{V_0 + Fy}{E} \frac{dp}{dt} + F \frac{dy}{dt}. \quad (4.5)$$

Выражение для статического давления в исходном состоянии (при  $x=y=0$ ) получается из (4.5) при приравнивании производных к нулю

$$p_0 = p_n \frac{1}{1 + \overline{f}_{01}^2}, \quad (4.6)$$

где  $\overline{f}_{01}^2 = \frac{\mu_u b x_0}{\mu_1 f_1}$ .

В случае больших сигналов управления, когда щель в первый момент полностью закрывается, скорость перемещения поршня будет

определяться только проводимостью дросселя  $f_l$  и площадью  $F$ .  
Уравнение неразрывности в случае разгона имеет вид:

$$\mu_1 f_l \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_n - p)} = \mu b F(y) \sqrt{\frac{2}{\rho} p} + \frac{V_0 + Fy}{E} \frac{dp}{dt} + F \frac{dy}{dt}, \quad (4.7)$$

где  $F(y) = \begin{cases} (x_0 - x + y) & x < x_0 + y \\ 0 & x \geq x_0 + y. \end{cases}$

Варьируя проводимостью жиклёра, эффективной площадью поршня и параметрами сливной щели, можно добиться заданного протекания переходного процесса.

Численное исследование состоит из качественного предварительного исследования размерной модели и систематического исследования безразмерной модели с целью получения обобщённых характеристик.

## Тесты для закрепления теоретического материала

### 1. Физические законы гидромеханики имеют

- довольно простую форму и выражают понятные условия баланса расходов и сил.
- выражение для расходно-перепадной характеристики и граничные условия для давлений питания и слива.
- сравнительно большой объём расчётных работ.

### 2. Коэффициент расхода определится по формуле:

$$\mu = \frac{1}{\xi_{кв} + A / Re + \lambda L / d},$$

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = p_{пит} (F - F_{шт}) - (p_0 - \Delta p) F - c(z_{нач} + z_0 + \Delta z) - k_v \frac{dz}{dt} - F_{cz}.$$

$$Q = \mu \bar{f} f_m \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_1 - P_2 - \xi \frac{\rho Q^2}{2 f_1^2})}$$

3. Расход жидкости через сопло равен сумме: расход через входной дроссель, расход, который вытесняет поршень и расход расширения, определяется по формуле

$$\mu f \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{\text{пит}} - (p_0 - \Delta p))} + F \frac{dz}{dt} + \frac{V_0 - Fz}{E} = \mu b(x_0 + \Delta x) \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_0 - \Delta p)}$$

$$\mu = \frac{1}{\xi_{\text{кв}} + A / Re + \lambda L / d}$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + k_v \frac{dy}{dt} + cy = F_{dv} - F_c,$$

4. *Статической характеристикой называется*

- зависимость, связывающая между собой различные установившиеся значения либо двух, либо трех следующих величин: расхода рабочей среды, перепада давления, – перемещения подвижного элемента устройства.
- систему дифференциальных уравнений сил и расходов для первой и второй щелей и уравнения для ширины щели (уравнение обратной связи).
- выражение для расходно-перепадной характеристики и граничные условия для давлений питания и слива.

5. *Размерная динамическая модель гидравлического следящего привода при определённых допущениях включает в себя*

- довольно простую форму и выражают понятные условия баланса расходов и сил.
- выражение для расходно-перепадной характеристики и граничные условия для давлений питания и слива.
- сравнительно большой объём расчётных работ.
- систему дифференциальных уравнений сил и расходов для первой и второй щелей и уравнения для ширины щели (уравнение обратной связи).

6. *Применение обобщенных переменных*

- значительно облегчает проведение численного эксперимента.
- увеличивает время анализа системы.
- усложняет процесс синтеза системы.

7. С помощью введения масштабов преобразования уравнения преобразуются к безразмерному виду, так что безразмерные функции зависят от

- схемы и от типа источника питания устройства рабочей средой под давлением.
- системы дифференциальных уравнений сил и расходов.
- безразмерных аргументов, безразмерного времени и комплексов (критериев подобия), в самой структуре которых отражено взаимодействие различных факторов.

8. Критериальные зависимости, получающиеся в результате численных решений безразмерных уравнений, позволяют

- обобщить расчётные закономерности, свести их к определённой классу явлений.
- Построить статические характеристики системы.
- Получить частотные характеристики.

9. достоинство перехода к обобщенным переменным –

- возможность построения обобщенных экспериментальных характеристик точности, устойчивости и управляемости исследуемых систем.
- получение информации, необходимой для обоснованного динамического синтеза параметров регулятора.
- установление подобия размерных и безразмерных переходных процессов, построенных для тех же исходных данных.

10. При приведении уравнений к безразмерному виду необходимо контролировать правильность преобразований. Самая простая и надежная проверка заключается в

- возможность построения обобщенных экспериментальных характеристик точности, устойчивости и управляемости исследуемых систем.
- получение информации, необходимой для обоснованного динамического синтеза параметров регулятора.
- установлении подобия размерных и безразмерных переходных процессов, построенных для тех же исходных данных.

## Пример выполнения задания

Пример моделирования гидрозамедлителя представлен в виде окна пакета *Mathcad*.



### 1. Исходные данные:

$$\begin{aligned}
 x_0 &:= 0.0003 & f_2 &:= 1.2 \cdot 10^{-6} & f_1 &:= 0.6 \cdot 10^{-6} & F &:= 1 \cdot 10^{-3} \\
 P_p &:= 1.5 \cdot 10^6 & \rho &:= 785 & m &:= 1 & c &:= 30000 \\
 P_0 &:= P_p \cdot \frac{1}{1 + f_{01}^2} & y_0 &:= \frac{P_0 \cdot F}{c} - y_n & V_0 &:= F \cdot y_0 & \mu &:= 0.7 \\
 E &:= 200 \cdot 10^6 & y_n &:= 0.03 & f_{01} &:= \frac{\mu \cdot b \cdot x_0}{\mu \cdot f_1} & k_v &:= 10^4 \\
 & & & & & & b &:= 0.001
 \end{aligned}$$

### Начальные условия и матрица первых производных

$$D(t, y) := \begin{bmatrix} y_1 \\ \frac{1}{m} \cdot (y_2 \cdot F - k_v \cdot y_1 - c \cdot y_0) \\ \frac{E}{V_0 + y_0 \cdot F} \cdot \left[ \mu \cdot f_1 \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot |P_0 \cdot f_{01}^2 - y_2|} \cdot \text{sign}(P_0 \cdot f_{01} - y_2) \dots \right. \\ \left. + -\mu \cdot (b) \cdot (x_0 - x + y_0) \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot |P_0 + y_2|} \cdot \text{sign}(P_0 + y_2) - F \cdot y_1 \right] \end{bmatrix}$$

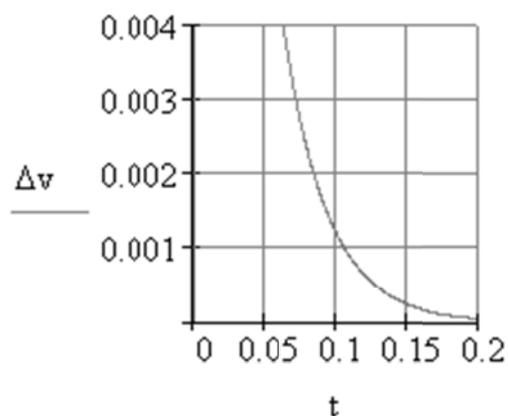
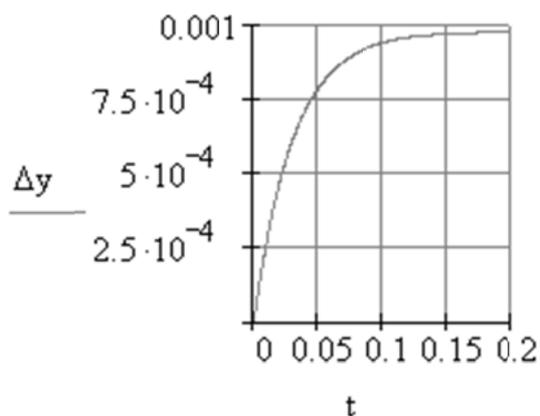
### 3. Вызов встроенной функции Рунге-Кутты

$$z := \text{rkfixed}(y, 0, .5, 2000, D) \quad n := 0..2000$$

### 4. Результаты численного интегрирования

$$x \equiv 0.001$$

$$\Delta y := z^{(1)} \quad t := z^{(0)} \quad \Delta v := z^{(2)} \quad \Delta p := z^{(3)}$$



**Предварительное исследование характеристик гидрозамедлителя.** Целью предварительного исследования является определение качественного влияния различных размерных факторов на переходные процессы гидрозамедлителя и разработка плана систематического исследования. Как уже указывалось, требования к гидрозамедлителю являются двойственными. При небольших и плавных перемещениях ручки управления ( $x \rightarrow 0$  и  $\dot{x} \rightarrow 0$ ) гидрозамедлитель должен представлять собой обычный следящий привод, т. е. воспроизводить перемещения ручки управления. При больших перемещениях ( $x > x_0$ ), например, когда щель полностью закрывается, обратная связь как бы разрывается и гидрозамедлитель ведёт себя как разомкнутый привод, обеспечивая разгон двигателя с постоянной скоростью.

Интегрирование размерной модели выполнялось методом Рунге–Кутты с фиксированным шагом. Число шагов 5000–10000.

Так как переходные процессы при различных сигналах существенно различаются, то исследование влияния параметров выполняется отдельно и, приводятся в сравнении (построить переходные процессы при различных сигналах управления  $x=0.001$  и  $x=0.01$ ).

В процессе выполнения лабораторной работы, необходимо сделать предварительное исследование системы, влияние конструктивных параметров на качество переходных процессов при различных сигналах  $x$  (0.001, 0.01):

1. Влияние площади поршня ГЦ.
2. Влияние длины щели  $b$ .

3. Влияние входного дросселя  $f$ .
4. Влияние жёсткости пружины.

**Отчет по работе должен содержать:**

1. Описание выбранной САР.
2. Описание математической модели гидрозамедлителя с принятыми допущениями.
3. Динамические характеристики гидрозамедлителя.
4. Выводы по работе.

**Контрольные вопросы**

1. Почему реактивный двигатель нельзя разгонять с помощью статических регуляторов? Какие ограничения имеют место при разгоне?
2. Почему в гидрозамедлителе площадь проходного сечения дросселя торможения превосходит площадь дросселя разгона?
3. Поясните, почему при малых и медленных сигналах управления гидрозамедлитель ведёт себя как обычный следящий гидропривод?
4. Почему гидрозамедлитель и ограничитель нарастания давления называют разомкнутыми устройствами?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

**Тема:** Выбор и расчёт параметров гидромеханических регуляторов.

**Цель:** Научиться обоснованно, производить выбор базовых параметров гидромеханических регуляторов.

### **Краткие теоретические сведения**

Методы выбора и расчёта параметров гидромеханических регуляторов хорошо известны. Однако автоматизированное проектирование предполагает некоторые дополнительные процедуры, связанные с необходимостью стандартизации данных и программных модулей, формирования управляющих характеристик и семантических моделей, описывающих совокупность знаний предметной области пакета.

Совокупность данных, описывающих проектируемый регулятор, можно условно разбить на три группы: исходные данные, независимые задаваемые параметры и зависимые вычисляемые параметры.

Исходные данные данного модуля характеризует его взаимодействие с другими устройствами. Как правило, это входные и выходные параметры. Независимые, задаваемые параметры обычно являются геометрическими или физическими характеристиками, при изменении которых изменяются показатели эффективности данного модуля. Вычисляемые, зависимые параметры составляют совокупность показателей качества и эффективности модуля. Их взаимосвязи образуют внешние и внутренние характеристики модуля.

Параметры регуляторов можно разбить на составляющие: основные (базовые), установочные и их производные. Основные параметры определяют конфигурацию регулятора; к ним можно отнести основные размеры дросселирующих устройств, жёсткости пружин, мембран, сильфонов, диаметры поршней и т.п. К установочным параметрам относятся характеристики сочленения деталей, параметры, отражающие конструктивные особенности и пр.

Соответственно декомпозиции требований процесса разработки регуляторов также можно разделить на этапы.

На первом этапе выполняется выбор основных (базовых) параметров в соответствии с приоритетным требованием ("завязка" регулятора). Затем эти параметры проверяются на соответствие другим требованиям и в случае отрицательного результата вводятся коррективы.

В основе методологии выбора параметров лежит метод математического моделирования. В общем случае задача выбора сводится к определению по соответствующей модели параметров при условии выполнения поставленных на этом этапе требований и ограничений.

Естественно, всякий раз используются различные модели, отличающиеся допущениями, содержанием и уровнем сложности. Вначале используются простейшие стационарные и линейные динамические модели; затем используют разнообразные динамические модели, причём начинают с самых простых моделей и по мере необходимости усложняют, последовательно отменяя ранее принятые допущения. Для углублённого, детального изучения процессов и проверки работоспособности на различных режимах и при наличии внешних возмущений составляется и исследуется имитационная модель.

Для обоснованного выбора параметров необходимо иметь комплекс моделей в виде многоуровневой иерархической структуры.

Выполнять многоэтапный математический эксперимент вручную затруднительно; если повезёт, то можно найти приемлемый результат. Но "выжать" из данной ситуации всё, получить наиболее рациональные параметры можно только с использованием методов автоматизации проектирования.

Отметим некоторые особенности гидромеханических регуляторов, оказывающих существенное влияние на их разработку.

Во-первых, имеется большое разнообразие видов и типов регуляторов, отличающихся назначением, принципом действия, устройством и т. п.

Во-вторых, каждый регулятор, в свою очередь, состоит из некоторого числа элементарных устройств, объединённых в структуру каналами связи.

И, наконец, в регуляторах и их элементах протекают разнообразные процессы: течение жидкости по трубам, истечение жидкости через отверстия и насадки, движение поршней и плунжеров

и т. п.; в информационно –измерительной части выполняются элементарные операции сложения, вычитания, деления, умножения и более сложные операции преобразования.

**Краткие описания модели, алгоритма и программы.** Для выбора параметров с использованием ЭВМ целесообразно использовать пакетное начало и интерактивный анализ результатов. Вначале с использованием исходных данных производится оценка средних значений параметров. Затем задаются серии значений изменяемых величин и в интерактивном режиме просчитываются различные характеристики и по ним выбираются наиболее рациональные значения параметров.

Первый этап, выполняемый в пакетном режиме, описывается следующим алгоритмом:

- ✓ Средняя скорость поршня –

$$v_{\text{cp}} = \frac{L}{T}; \quad (5.1)$$

- ✓ Среднее давление в управляемой полости –

$$p_{\text{cp}} = (p_{\text{max}} + p_{\text{min}}) / 2; \quad (5.2)$$

- ✓ Среднее значение расхода –

$$Q_{\text{cp}} = F v_{\text{cp}}; \quad (5.3)$$

- ✓ Площадь входного дросселя –

$$f = \frac{Q_{\text{cp}}}{\mu \sqrt{\frac{2}{\rho} p_{\text{cp}}}}; \quad (5.4)$$

- ✓ Площадь щели гидрораспределителя  $f_{\text{щ}} = b \cdot x_0$

принимается равной площади входного дросселя, т. е.

$$b \cdot x_0 = f; \quad (5.5)$$

- ✓ Диаметр сопла  $d_c$  гидрораспределителя принимается равным диаметру входного дросселя, т. е. –

$$d_c = d = \sqrt{\frac{f}{4\pi}}; \quad (5.6)$$

- ✓ Длина щели сопла

$$b = \pi \cdot d_c; \quad (5.7)$$

- ✓ Начальная ширина щели сопла

$$x_0 = \frac{d_c}{4}; \quad (5.8)$$

- ✓ Начальное давление в управляющей камере

$$p_0 = \frac{p_{\Pi}}{1 + (bx_0 / f)^2}; \quad (5.9)$$

- ✓ Площадь штока

$$F_{sh} = F - \frac{c}{p_{\Pi}}(z_0 + z_n) - \frac{p_0}{p_{\Pi}}F; \quad (5.10)$$

Второй этап, выполняемый в интерактивном режиме, начинается с построения характеристики гидроусилителя согласно выражению:

$$z(x) = -z_n + \frac{p_{\Pi}}{c} \left( F - F_{sh} - \frac{F}{1 + \left(\frac{bx}{f}\right)^2} \right). \quad (5.11)$$

Далее независимым переменным присваивается некоторый диапазон изменения и проверяется их влияние на различные характеристики гидроусилителя. Пакет позволяет легко и быстро выполнить эту процедуру. На рис. 1 показан фрагмент таблицы, анализируя которую можно выбрать наиболее рациональные размеры поршня гидроцилиндра.

			1	2	3	4	5	6
1	T6	с	0,257	0,257	0,257	0,257	0,257	0,257
2	Zmax	м	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
3	Zmin	м	0	0	0	0	0	0
4	m	кг	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
5	Ro	кг/м <sup>3</sup>	785	785	785	785	785	785
6	Pn	Па	1500000	2E+06	2E+06	2E+06	1500000	1500000
1	D	м	0,025	0,035	0,046	0,05	0,06	0,065
2	f <sub>p</sub>	б/р	1	1	1	1	1	1
3	c	н/м	20000	20000	20000	20000	20000	20000
4	Z0	м	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
5	Zn	м	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008
<b>Анализ влияния диаметра гидроцилиндра</b>								
1	F	м <sup>2</sup>	0,000491	1E-03	0,002	0,002	0,00283	0,003317
2	V <sub>ср</sub>	м/с	0,077821	0,078	0,078	0,078	0,07782	0,077821
3	Q <sub>ср</sub>	м <sup>3</sup> /с	3,82E-05	7E-05	1E-04	2E-04	0,00022	0,000258
4	Po	Н/м <sup>2</sup>	750000	8E+05	8E+05	8E+05	750000	750000
5	P <sub>ср</sub>	м <sup>2</sup>	1125000	1E+06	1E+06	1E+06	1125000	1125000
6	Fsh	м	5,31E-06	2E-04	6E-04	7E-04	0,00117	0,001418
7	Dsh	Н/м <sup>2</sup>	0,002601	0,018	0,027	0,031	0,03865	0,042495
8	Pmin	м <sup>2</sup>	342356,7	5E+05	6E+05	6E+05	679229	689697,7
9	f	м <sup>2</sup>	1,74E-06	3E-06	6E-06	7E-06	1E-05	1,18E-05
10	f <sub>ц</sub>	м	1,74E-06	3E-06	6E-06	7E-06	1E-05	1,18E-05
11	d	м	0,001488	0,002	0,003	0,003	0,00357	0,00387
12	b	м	0,004676	0,007	0,009	0,009	0,01122	0,012157
13	Xo	м	0,000372	5E-04	7E-04	7E-04	0,00089	0,000967
14	Xmax	м	0,000684	7E-04	8E-04	9E-04	0,00098	0,001049

Рис. 5.1. Фрагмент таблицы выбор параметров гидроусилителя

## Тесты для закрепления теоретического материала

1. Процесс разработки систем можно разделить на этапы.  
На первом этапе

- выполняется выбор основных (базовых) параметров в соответствии с приоритетным требованием ("завязка").
- выполняется анализ точности, устойчивости и управляемости системы, сформированной на первом этапе.
- предназначены для исследования особенностей физических процессов и разнообразных критических режимов работы гидросистем.

2. *Процесс разработки систем можно разделить на этапы.*

*На втором этапе*

- выполняется выбор основных (базовых) параметров в соответствии с приоритетным требованием ("завязка").
- выполняется анализ точности, устойчивости и управляемости системы, сформированной на первом этапе.
- предназначены для исследования особенностей физических процессов и разнообразных критических режимов работы гидросистем.

3. *Модели третьего уровня*

- выполняется выбор основных (базовых) параметров в соответствии с приоритетным требованием ("завязка").
- выполняется анализ точности, устойчивости и управляемости системы, сформированной на первом этапе.
- предназначены для исследования особенностей физических процессов и разнообразных критических режимов работы гидросистем.

4. *Результат численного интегрирования – это*

- не точное, а приближенное значение интеграла, определенное с погрешностью, которая зависит от встроенной константы  $TOL$ .
- задачи, для которых заданы определенные соотношения сразу на обеих границах интервала.
- уравнения, в которых неизвестными являются не переменные (т. е. числа), а функции одной или нескольких переменных.

5. *Под вычислительным экспериментом понимается*

- часть моделирования, связанная с проведением систематического исследования и построением характеристик с использованием компьютера.
- такая совокупность исходных данных, математических моделей, алгоритмов и программ, которая обеспечивает максимальные удобства для исследователя.

- обособленный модуль со своими именами переменных и их значениями, которые не видны из других частей документа.

6. *Под виртуальным стендом по аналогии с физической установкой понимается*

- часть моделирования, связанная с проведением систематического исследования и построением характеристик с использованием компьютера.
- такая совокупность исходных данных, математических моделей, алгоритмов и программ, которая обеспечивает максимальные удобства для исследователя.
- обособленный модуль со своими именами переменных и их значениями, которые не видны из других частей документа.

7. *При наличии виртуального стенда можно безбоязненно*

- исследовать влияние различных параметров и строить характеристики.
- Проводить натурные исследования объектов.
- Снимать характеристики с реального объекта.

### **Задания**

1. Получить у преподавателя типовую схему регулятора;
2. Осуществить расчёт базовых параметров регулятора в пакетном режиме.
3. В пакете *НМАР* осуществить первичный анализ статических и динамических характеристик регулятора.
4. Последовательно перебирая параметры регулятора для заданных значений управляющих и возмущающих воздействий добиться наилучшего компромиссного приближения к требуемым характеристикам САР, т.е. осуществить корректировку параметров.
5. Выполнить окончательный выбор параметров регулятора.

### **Методика выполнения заданий**

Для системы стабилизации приоритетным требованием является обеспечение статической точности. Поэтому исходные данные, в первую очередь, должны содержать значения допустимых ошибок

при действии возмущающих и (или) задающих воздействий и параметры расчётного режима.

Рассмотрим особенности выбора и расчёта основных параметров пропорциональной системы регулирования в среде пакета прикладных программ. Пусть определено, что главной задачей системы регулирования является обеспечение заданной точности при действии внешнего воздействия.

Выбор параметров состоит из нескольких этапов:

1. Формирование исходных данных;
2. Расчёт базовых параметров в пакетном режиме;
3. Первичный анализ статических и динамических характеристик;
4. Корректировка параметров;
5. Анализ характеристик и окончательный выбор параметров.

**Формирование исходных данных.** Исходные данные в рассматриваемом проекте можно представить в следующем виде:

- Параметры двигателя (см. табл. 5.1);
- Внешнее воздействие  $\Delta f_g = 300 \text{ кг/час}$ ;
- Допустимая статическая ошибка 2%;
- Давление питания  $P_{\text{п}} = 10^6 \text{ Па}$ ;
- Давление слива  $P_{\text{сл}} = 0$ ;
- Время полной перекладки иглы  $T_{\sigma} < 2.57 \text{ с}$ ;
- Коэффициенты расхода дросселирующих устройств  $\mu = 0,71 = \text{const}$ ;
- Плотность жидкости  $\rho = 785 \text{ кг/м}^3$ ;

Таблица 5.1

Параметры линейной модели двигателя

Режим	1) $H=0; M=0.$	2) $H_{\text{max}}; M_{\text{min}}.$
$n_0, \text{ об/мин}$	4000	4080
$K_{\text{дв}}$	1.4	3.5
$T_{\text{дв}}, \text{ с}$	0.25	2
$G_{T0}, \text{ кг/час}$	500	200

**Расчёт базовых параметров в пакетном режиме.** После введения исходных данных выполняется процедура автоматической завязки базовых параметров, в результате чего в табличном виде выводятся значения выбранных параметров. Кроме того, по запросу

могут быть выведены основные статические характеристики системы и её элементов.

Таблица 5.2

Исходные данные САР

№	1	2	3	4	5	6	7
Обозначение	$P_{пит}$	$P_{сл}$	$\rho$	$\mu$	$E$	$T_B$	$\Delta Z_{max}$
Размерность	Па	Па	кг/м <sup>3</sup>	–	Па	с	м
Значение	$1.6 \cdot 10^6$	0	785	0,71	$2 \cdot 10^8$	2,57	0.02

Пакетный режим соответствует полностью автоматическому исполнению программы; на долю исследователя остаётся только подготовка задания и запуск его на счёт.

В пакете заложен следующий алгоритм выбора параметров.

1. Главное требование, предъявляемое к системе, – статическая погрешность должна быть не более 2%, что составляет от номинала ( $n_0=4000$  об/мин)  $\Delta n_{ст} = 80$  об/мин. Считая регуляторную характеристику линейной, и проходящей через две точки: первая с координатами  $n_0 = 4000$  об/мин и  $G_{T0} = 500$  кг/час, вторая –  $n = n_0 + \Delta n_{ст} = 4000 + 80 = 4080$  об/мин. Регуляторная характеристика показана на рис. 3.18 жирной линией.

2. Коэффициент усиления статического регулятора по частоте вращения  $K_R = 300/80 = 3.75 \frac{\text{кг/час}}{\text{об/мин}}$ .

Далее определяются параметры элементов регулятора, причём начинать выбор удобнее с исполнительного устройства, роль которого в данном случае играет дозирующая игла.

3. Параметры дозирующей иглы выбираются по статистическим рекомендациям. Максимальный расход, как видно из рис.2, равен  $G_{Tmax} = 700$  кг/час; коэффициент дозирующей иглы  $K_{ди}$  бывает различным, чем он меньше, тем более плавно изменяется расход, но больше потребное перемещение, и наоборот. Принимая коэффициент усиления дозирующей иглы  $K_{ди} = 35000$  кг/час/м, запишем уравнение дозирующей иглы в виде:  $G_T(z) = 700 - 35000 * z$ . Отсюда максимальный ход иглы  $\Delta z_{max} = 700/35000 = 0.020$  м.

Характеристика дозирующей иглы показана на рис. 2.

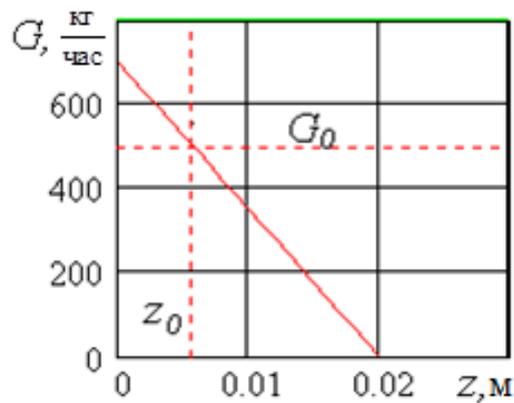


Рис. 5.2. Характеристика дозирующей иглы

4. В первом приближении параметры выбираются из условия максимальной чувствительности ( $dz/dx=\max$ ), при котором относительная проводимость  $\bar{f}_{\text{кл}}=1$ , и обеспечения заданного быстродействия гидросилителя.

✓ Средняя скорость поршня –  $v_{\text{cp}} = \frac{L}{T} = \frac{0.02}{2.57} = 7.782 \cdot 10^{-3}$ , м/с;

✓ Среднее давление в управляемой полости –

$$p_{\text{cp}} = (p_{\text{max}} + p_{\text{min}}) / 2 = (p_{\text{П}} + \frac{p_{\text{П}}}{f^2}) / 2 = 1.125 \cdot 10^6, \text{ Па};$$

✓ Среднее значение расхода –

$$Q_{\text{cp}} = F v_{\text{cp}} = 1.662 \cdot 10^3 \cdot 7.782 \cdot 10^{-3} = 1.253 \cdot 10^{-5}, \frac{\text{м}^3}{\text{с}};$$

✓ Площадь щели гидрораспределителя  $f_{\text{щ}}=bx_0$  принимается равной площади входного дросселя, т. е.  $bx_0=f$ ;

✓ Диаметр сопла  $d_c$  гидрораспределителя принимается равным диаметру входного дросселя, т. е. –

$$d_c = d = \sqrt{\frac{f}{4\pi}} = \sqrt{\frac{5.893 \cdot 10^{-7}}{4 \cdot 3.14}} = 8.662 \cdot 10^{-4}, \text{ м};$$

✓ Длина щели сопла  $b=\pi d_c=3.14 \cdot 8.662 \cdot 10^{-4}=2.721 \cdot 10^{-4}$ , м;

✓ Начальная ширина щели сопла

$$x_0=d_c/4=8.662 \cdot 10^{-4}/4=2.161 \cdot 10^{-4}, \text{ м};$$

✓ Начальное давление в управляющей камере

$$p_0 = \frac{p_{\Pi}}{1 + (bx_0 / f)^2} = \frac{1.6 \cdot 10^6}{1 + (2.721 \cdot 10^{-4} \cdot 2.161 \cdot 10^{-4} / 5.893 \cdot 10^{-7})} = 0.8 \cdot 10^6, \text{ Па};$$

✓ Площадь штока

$$F_{sh} = 1.662 \cdot 10^{-3} - \frac{20000}{1.6 \cdot 10^6} (0.01 + 0.01536) - \frac{0.8 \cdot 10^6}{1.6 \cdot 10^6} \cdot 1.662 \cdot 10^6 = 5.91 \cdot 10^{-4}, \text{ м};$$

На рис. 5.3 характеристика гидроусилителя показана в двух различных формах; на левом она представлена без ограничений перемещения поршня, а на правом в рабочем диапазоне от  $z_{\min} = 0$  до  $z_{\max} = 0.02$  м.

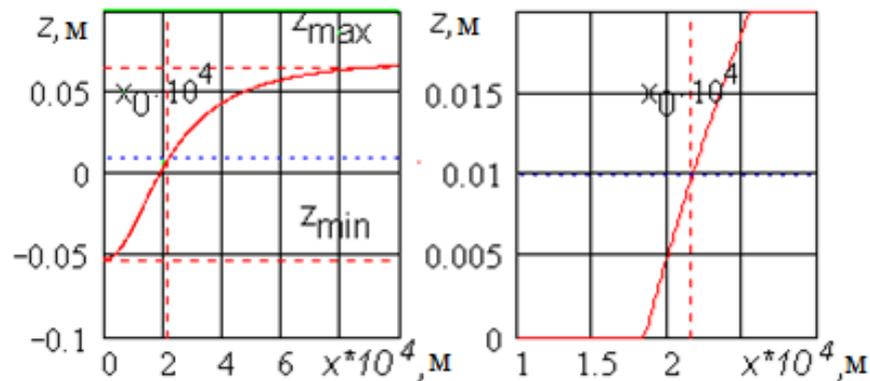


Рис. 5.3. Статическая характеристика гидроусилителя

Таким образом, характеристики гидроусилителя как такового и в составе системы существенно различаются.

Коэффициент усиления гидроусилителя можно определить путём численного дифференцирования или по правому графику рис. 5.4. В рабочей точке  $(x_0, z_0)$  его величина равна  $\approx 300$ .

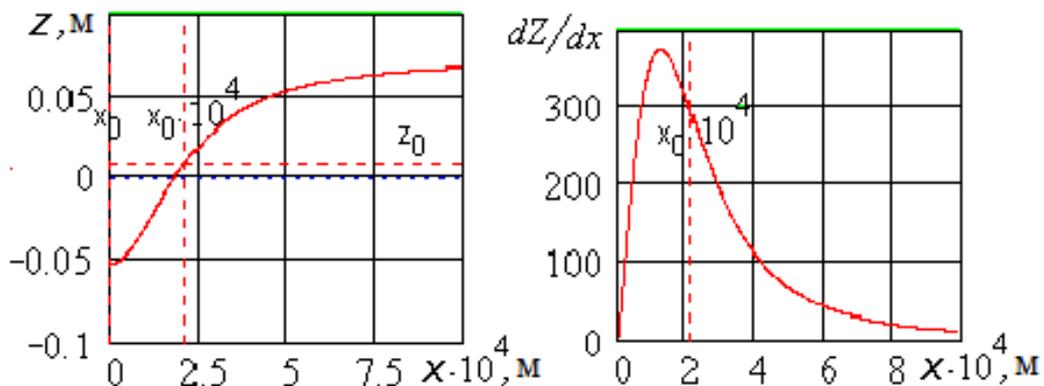


Рис. 5.4. Определение коэффициента усиления гидроусилителя

### 5. Датчик частоты вращения

Принимая  $k_{гр}=25/3000^2$ ,  $c_{чз}=25000$  Н/м и  $y_n=0,001507$  м, определяем начальное положение выходного звена датчика при  $n=n_0=4000$  об/мин:

$$y_0 = -y_n + \frac{2k_{гр}n_0^2}{c_{чз}} = -0,001507 + \frac{2 \cdot 2,778 \cdot 10^{-6} \cdot 4000^2}{25000} = 2,708 \cdot 10^{-4}, \text{ м};$$

$$k_{чз} = 2k_{гр}n_0 / c_{чз} = 2 \cdot 2,778 \cdot 10^{-6} \cdot 4000 / 25000 = 8,885 \cdot 10^{-7}.$$

Коэффициент усиления рычага определим из условия:

$$K_{рыч} = \frac{K_R}{K_{чз} K_{гу} K_{ди}} = \frac{3,75}{8,885 \cdot 10^{-7} \cdot 192,27 \cdot 35000} = 0,627.$$

Для удобства все базовые параметры, полученные в результате выбора, условно разделяются на исходные, назначаемые и вычисляемые данные. Например, для рассматриваемой задачи после завершения первого этапа на экран выводятся результаты табл. 5.3 и 5.4.

Таблица 5.3

Назначаемые переменные

№	1	2	3	4	5	6	7
Обозначение	$c_{гу}$	$c_{чз}$	$z_n$	$z_0$	$\bar{f}$	$K_{гр}$	$F$
Значение	30000	25000	0,015136	0,01	1	$2,8 \cdot 10^{-6}$	$1,66 \cdot 10^{-3}$
Размерность	Н/м	Н/м	м	м	–	Н/(об/мин) <sup>2</sup>	м <sup>2</sup>

Таблица 5.4

Вычисляемые переменные

№	Обозначение	Значение	Размерность
1	2	3	4
1	$K_{ди}$	35000	кг/час/м
2	$P_0$	800000	Па
3	$v_{ср}$	$7,782 \cdot 10^{-3}$	м/с
4	$p_{ср}$	$1,125 \cdot 10^6$	Па
5	$Q_{ср}$	$1,253 \cdot 10^{-5}$	м <sup>3</sup> /с

1	2	3	4
6	$f$	$5,893 \cdot 10^{-7}$	$\text{м}^2$
7	$f_{\text{ш}}$	$5,893 \cdot 10^{-7}$	$\text{м}^2$
8	$d$	$8,662 \cdot 10^{-4}$	м
9	$d_c$	$8,662 \cdot 10^{-4}$	м
10	$b$	$2,721 \cdot 10^{-4}$	м
11	$x_0$	$2,161 \cdot 10^{-4}$	м
12	$F_{sh}$	$5,91 \cdot 10^{-4}$	$\text{м}^2$
13	$K_{чз}$	$8,885 \cdot 10^{-7}$	м/об/мин
14	$K_R$	3,75	$\frac{\text{кг/час}}{\text{об/мин}}$

### Контрольные вопросы

1. Почему реактивный двигатель нельзя разгонять с помощью статических регуляторов? Какие ограничения имеют место при разгоне?
2. Почему в гидрозамедлителе площадь проходного сечения дросселя торможения превосходит площадь дросселя разгона?
3. Поясните, почему при малых и медленных сигналах управления гидрозамедлитель ведёт себя как обычный следящий гидропривод?
4. Перечислите достоинства и недостатки гидроусилителей с кинематической и силовой обратной связью.
5. Объясните причины статической ошибки в гидроусилителе с упругой обратной связью.
6. Поясните, почему с ростом значения коэффициента обратной связи увеличивается, а при росте общего коэффициента регулятора уменьшается статическая ошибка системы автоматического регулирования.

### Требования к содержанию и оформлению отчета

В отчет должны входить:

1. Описание САР;
2. Описание этапов выбора параметров регулятора
3. Основные этапы расчета и моделирования регуляторов;
4. Описание методики проведения работы и обоснование выбора параметров регулятора;

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

**Тема:** Пакет прикладных программ *НМАР*

**Цель работы:** Анализ и синтез гидромеханических регуляторов с помощью пакета “*Hydro mechanical automatic regulator*” (*НМАР*).

### **Краткие теоретические сведения:**

При проектировании систем автоматического регулирования широко используются пакеты прикладных программ. Наиболее представительными из них являются: *Control System*, *Vissim* и *Simulink*. Однако эти и многие другие пакеты предназначены для синтеза систем с желаемыми линейными динамическими характеристиками; в них, наряду с линейными, имеются типовые нелинейные звенья, но они там только обозначены, использование их, в случае, например представления модели в виде пространства состояний или в частотном виде, весьма проблематично. Информация об автоматизации предконструкторского синтеза систем регулирования отсутствует.

Для решения подобных задач предлагается пакет прикладных программ “*Hydro mechanical automatic regulator*” (*НМАР*). Пакет представляет собой интегрированную среду с широким использованием компьютера для решения частных задач анализа и синтеза с целью наиболее обоснованного выбора параметров гидромеханических регуляторов.

Пакеты включают в себя тело (информационное поле, которое может включать проблемно –ориентированный язык, стандартные классы, помощь и т. п.) и комплекс управляющих программ.

Пакет *НМАР* представляет собой графическую *Windows* –среду для решения частных задач анализа и синтеза с целью наиболее обоснованного выбора базовых параметров гидромеханических регуляторов.

В состав пакета входят:

- набор типовых схем регуляторов – “банк регуляторов”;
- набор математических моделей регуляторов – “банк моделей”;
- библиотеки подпрограмм базового синтеза регулятора и выбора рациональных параметров;

- подпрограммы организации интерактивного диалога с пользователем, 2D и 3D визуализации, организации справки и помощи;
- ряд служебных подпрограмм.

В учебной версии ППП *НМАР* “банк регуляторов” включает 8 различных типов регуляторов, начиная с простейшего регулятора Уатта и заканчивая всережимным регулятором. “Банк моделей” каждого регулятора состоит из линейной, нелинейной размерной и нелинейной безразмерной математических моделей с некоторыми допущениями, а также существует возможность использования математической модели, составленной пользователем с другими допущениями и настройками.

По каждому из типов регуляторов организован вывод справочной информации. Помощь и справка представлена в стандартном виде *HTML* – документации, вызов которой возможен и вне пакета *НМАР*.

Окно проекта в *НМАР* содержит различные графические элементы управления: меню (контекстные и выпадающие), кнопки, списки, переключатели и пр., графические и текстовые области для вывода результатов работы. Меню и элементы управления позволяют осуществлять весьма информативное интерактивное взаимодействие пользователя с компьютером и пакетом в процессе завязки и анализа проекта.

Вся видимая информация в окне моделирования регулятора находится в трех разных зонах: зоне схемы регулятора, зоне просмотра математической модели и зоне вывода результатов моделирования на двух графиках.

Каждый проект пакета *НМАР* представляет собой своеобразный виртуальный стенд, с помощью которого очень удобно выполнять вычислительный эксперимент.

В пакете *НМАР*, в основном, используется упрощенная линейная модель двигателя, учитывающая только механическую инерцию ротора. В случае регуляторов, предназначенных для стабилизации равновесных режимов и при малых воздействиях, это вполне допустимо и не приводит к значительным ошибкам. Однако в общем случае следует использовать более адекватные модели объекта регулирования. Существует и широко используется множество различных моделей реактивного двигателя. Имеются

интегрированные среды для автоматизированного анализа и синтеза, наиболее известные из которых: *Gazturb*, *Dvig*, Град и др. Может возникнуть резонный вопрос о необходимости разработки ещё одной модели. Дело в том, что нам нужна весьма целенаправленная модель: с одной стороны много проще, тех которые используются при проектировании двигателя, а с другой – более сложные, учитывающие включение и выключение ленты перепуска, работу направляющих аппаратов компрессора, изменение характеристики компрессора и многое другое.

**Краткие описания модели, алгоритма и программы.** В ТРД на неустановившихся режимах работы протекают очень сложные процессы. Полное аналитическое описание их не представляется возможным. Более того, некоторые процессы не имеют даже надёжной физической трактовки. Весьма важно рассмотреть те обстоятельства и факторы, которые оказывают существенное влияние на адекватность математического описания, но не менее важно опустить те детали, которые являются второстепенными. Поэтому в процессе разработки динамической модели принимаются следующие положения:

1. Вначале рассматривается самая простая САР – одновальный одноконтурный ТРД с линейным регулятором, затем – система с нелинейным статическим и (или) астатическим регуляторами, и, наконец, система с нелинейным и нестационарным автоматом разгона.

2. Перечень уравнений и их содержание у динамической поэлементной модели принимаются такими же, как при термогазодинамическом расчёте двигателя [5], но с учётом накопления массы, мощности и энергии. Это означает, что балансы мощностей, расходов газа и энергии записываются в виде дифференциальных уравнений.

3. Допущения также, в основном, соответствуют статической модели.

4. Рассматриваются только процессы торможения и разгона в диапазоне частот вращения, где в сопловом аппарате и критическом сечении сопла реализуются надкритические перепады.

5. КПД элементов двигателя считаются постоянными.

6. Мощность, затрачиваемая на привод агрегатов, и расход воздуха на охлаждение считаются малыми.

7. Характеристика компрессора вводится феноменологически в виде аппроксимационной зависимости.

8. Теплоёмкость воздуха и газов считается одинаковой и постоянной

Уравнение динамического равновесия мощностей на турбине и компрессоре имеет вид:

$$J\omega \frac{d\omega}{dt} = \frac{G_{\Gamma} R_{\Gamma} T_{\Gamma}^*}{\chi_{\Gamma}} \left[ 1 - \left( \frac{1}{\pi_{\Gamma}^*} \right)^{\chi_{\Gamma}} \right] \eta_{\Gamma}^* \eta_m - \frac{G_{\text{в}} T_{\text{вх}}^* R}{\chi} \left[ \pi_k^{\chi} - 1 \right] \frac{1}{\eta_k^*}. \quad (6.1)$$

Динамический баланс расходов через компрессор и сопловой аппарат турбины (при пренебрежении потерями полного давления в сопловом аппарате до его горла)

$$\frac{V_k}{RT_k} \frac{dP_k^*}{dt} = G_{\text{в}} - m_{\text{кр2}} \frac{P_{\Gamma}^* q(\lambda_{ca}) F_{ca}}{\sqrt{T_{\Gamma}}}. \quad (6.2)$$

Динамический баланс расходов через сопловой аппарат турбины и критическое сечение реактивного сопла

$$\frac{V_{Tc}}{R_{\Gamma} T_{\Gamma}^*} \frac{dP_{\Gamma}^*}{dt} = m_{\text{кр1}} \frac{P_{\Gamma}^* q(\lambda_{ca}) F_{ca}}{\sqrt{T_{\Gamma}^*}} - m_{\text{кр2}} \frac{P_{\Gamma}^* q(\lambda_{\text{кр}}) F_{\text{кр}}}{\sqrt{T_{\Gamma}^*}}. \quad (6.3)$$

Уравнение нестационарного подвода тепла в случае приращения расхода топлива  $\Delta G_T$

$$C_{\text{рэф}} \frac{V_{kc} P_{\Gamma}^*}{RT_{\Gamma}^*} \frac{dT_{\Gamma}^*}{dt} = C_{\text{рэф}} G_{\text{в}} T_k^* + (G_{T0} \pm \Delta G_T) \cdot Hu \cdot \eta_{kc}^* - C_{\text{рэф}} G_{\Gamma} T_{\Gamma}^*. \quad (6.4)$$

Если в уравнениях (6.1–6.4) положить производные в левых частях равными нулю, то правые части преобразуются в стационарную систему, решение которой служит начальными условиями для интегрирования дифференциальных уравнений.

$$\begin{aligned}
& \frac{G_{\Gamma 0} R_{\Gamma} T_{\Gamma 0}^*}{\chi_{\Gamma}} \left( 1 - \frac{1}{\pi_{\Gamma 0}^{\chi_{\Gamma}}} \right) \eta_{\Gamma 0} \eta_m - \frac{G_{\text{в}0} R T_{\text{в}}^*}{\chi} (\pi_{k0}^{\chi} - 1) \frac{1}{\eta_{\Gamma 0}^*} = 0; \\
& G_{\text{в}0} - m_{\text{кр}g} \frac{P_{\Gamma 0}^* F_{ca}}{\sqrt{T_{\Gamma 0}^*}} = 0; \\
& m_{\text{кр}g} \frac{P_{\Gamma 0}^* F_{ca}}{\sqrt{T_{\Gamma 0}^*}} - m_{\text{кр}g} \frac{P_{\Gamma 0} F_{\text{кр}}}{\sqrt{T_{\Gamma 0}}} = 0; \\
& C_{\text{рэф}} G_{\text{в}0} T_{k0}^* + G_{\Gamma 0} H u \eta_{k0}^* - C_{\text{рэф}} G_{\Gamma 0} T_{\Gamma 0}^* = 0.
\end{aligned} \tag{6.5}$$

Для полной математической постановки задачи одних дифференциальных уравнений оказывается недостаточно. Помимо них, необходимы ещё алгебраические уравнения, описывающие процессы, которые в данной модели можно считать квазистационарными. Некоторые из них хорошо известны. Это выражение для подогрева воздуха в компрессоре, связь полных давлений на входе и выходе камеры сгорания и пр. А вот характеристика компрессора в диапазоне частот вращения  $\bar{n} = 0,8 - 1$  введена в виде формулы

$$G_{\text{в}} = G_{\text{в}0} \left[ 1,0037 - 0,20145 \left( 1 - \frac{n}{n_0} \right) (\pi_k^*)^{2,04} \right], \tag{6.6}$$

полученной путём аппроксимации экспериментальных данных компрессора.

Не всегда таким образом можно упростить запись уравнений; иногда очень трудно подобрать аппроксимационную формулу для характеристики компрессора. Однако в таких случаях характеристику компрессора можно вводить в виде совокупности формул или числовых массивов.

Модель системы регулирования в самом простом варианте включает в себя, по крайней мере, одно уравнение для регулятора. Если положить, что поршень гидроцилиндра имеет незначительную массу и перепад давления на нём отсутствует, то модель регулятора примет вид:

$$F \frac{dz}{dt} = K_{Qx} x_{щ}; \quad x_{щ} = K_p y - K_{oc} z; \quad y = K_{чэ} n; \quad G_T = K_{ди} z. \quad (6.7)$$

Первые три уравнения при совместном решении дают известное выражение для следящего гидроусилителя:

$$T_{гy} \frac{dz}{dt} + z = K_{гy} \Delta n, \quad (6.8)$$

где  $T_{гy} = \frac{F}{K_{Qx} K_{oc}}$ ;  $K_{гy} = \frac{K_{чэ} K_p}{K_{oc}}$  – соответственно, постоянная времени

и коэффициент усиления гидроусилителя.

Для случая торможения двигателя на величину  $\Delta n_0$ , правая часть выражения (8) будет иметь вид:  $\Delta n = -\Delta n_0 + n_0 - n$ , а для разгона  $\Delta n = \Delta n_0 - n_0 + n$ .

Для астатического регулятора и для случая внешних воздействий соответствующая система и переходные процессы имеют вид:

$$F_{пор} \frac{dz}{dt} = K_{Qx} x; \quad x = K_p y; \quad y = K_{чэ} \Delta n. \quad (6.9)$$

Модель системы с нелинейным регулятором намного сложнее предыдущих систем, так как здесь и двигатель, и регулятор описываются нелинейными уравнениями. Первые четыре уравнения относятся к двигателю, последние три – к регулятору. У регулятора имеется ещё одно уравнение – уравнение обратной связи, но оно включено в уравнения расходов полостей гидроусилителя.

Особенно большое значение приобретает поэлементная имитационная модель (6.10) при исследовании приемистости двигателя. Здесь следует отметить следующие обстоятельства:

- линейная модель для больших воздействий, которые имеют место в случае разгона или торможения авиационного двигателя, принципиально не применима;

- автоматы разгона работают по ряду сигналов внутренних параметров двигателя ( $P_k^*$ ,  $T_b^*$  и др.);

- устройства разгона обычно являются регуляторами с перестраиваемой структурой и потому описываются нестационарными моделями.

$$\left\{ \begin{array}{l}
J\omega \frac{d\omega}{dt} = \frac{G_{\Gamma} R_{\Gamma} T_{\Gamma}^*}{\chi_{\Gamma}} \left[ 1 - \left( \frac{1}{\pi_{\Gamma}^*} \right)^{\chi_{\Gamma}} \right] \eta_{\Gamma}^* \eta_m - \frac{G_{\text{В}} T_{\text{ВХ}}^* R}{\chi} \left[ \pi_k^{\chi} - 1 \right] \frac{1}{\eta_k^*} \\
\frac{V_k}{RT_k} \frac{dP_k^*}{dt} = m_{kp} \frac{P_{\epsilon} q(\lambda_{\epsilon}) F_{\epsilon}}{\sqrt{T_{\epsilon}}} - m_{\text{крг}} \frac{P_{\Gamma}^* q(\lambda_{ca}) F_{ca}}{\sqrt{T_{\Gamma}}} \\
\frac{V_{Tc}}{R_{\Gamma} T_{\Gamma}^*} \frac{dP_{\Gamma}^*}{dt} = m_{\text{крг}} \frac{P_{\Gamma}^* q(\lambda_{ca}) F_{ca}}{\sqrt{T_{\Gamma}^*}} - m_{\text{крг}} \frac{P_{\Gamma}^* q(\lambda_{\text{кр}}) F_{\text{кр}}}{\sqrt{T_{\Gamma}^*}} \\
C_{\text{рэф}} \frac{V_{kc} P_{\Gamma}^*}{RT_{\Gamma}^*} \frac{dT_{\Gamma}^*}{dt} = C_{\text{рэф}} G_{\text{В}} T_k^* + (G_{T0} \pm K_{\text{дн}} z) \cdot Hu \cdot \eta_{kc}^* - C_{\text{рэф}} G_{\Gamma} T_{\Gamma}^* \\
m \frac{d^2 z}{dt^2} = F(p_1 - p_2) - k_v \frac{dz}{dt} - F_c \text{sign} \left( \frac{dz}{dt} \right); \\
\mu b (K_{\text{чз}} n - K_{\text{ocz}} z) \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_{\Pi} - p_1)} = F \frac{dz}{dt} + \frac{V_{01} + Fz}{E} \frac{dp_1}{dt}; \\
F \frac{dz}{dt} = \mu b (K_{\text{чз}} n - K_{\text{ocz}} z) \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_2 - p_{\text{сн}})} + \frac{V_{02} - Fz}{E} \frac{dp_2}{dt}.
\end{array} \right. \quad (6.10)$$

### Методика выполнения заданий

В расчетной точке  $n_0 = 4000$ , об/мин и  $G_{T0} = 500$ , кг/час постоянная времени двигателя  $T_{\text{дв}} = 0,3$  с, коэффициент усиления  $k_{\text{об}} = 1,4 \frac{\text{об/мин}}{\text{кг/час}}$ , внешнее возмущающее воздействие  $\Delta f = 40$  кг/час.

1. Необходимо выполнить анализ характеристик САР;  
2. К системе поочередно прикладываются управляющее  $\Delta n_0 = 600$  об/мин и возмущающее воздействие  $\Delta f = 40$  кг/час.

3. Требуется так подобрать параметры регулятора  $(k_{\text{пер}}, T_{\text{пер}}, \xi_{\text{пер}})$ , чтобы обеспечить следующие показатели качества системы:

- Перерегулирование  $\sigma \leq 20\%$ ;
- время регулирования  $t_p \leq 0,1$  с;

– статическая погрешность  $\Delta n_{ст} \leq \begin{cases} 60, \text{об/мин} \\ 1, \text{об/мин} \end{cases}$  по

управляющим и возмущающим воздействиям.

1. Из предлагаемых схем в пакете *НМАР* выбираем схему, предложенную преподавателем, рис. 6.1.

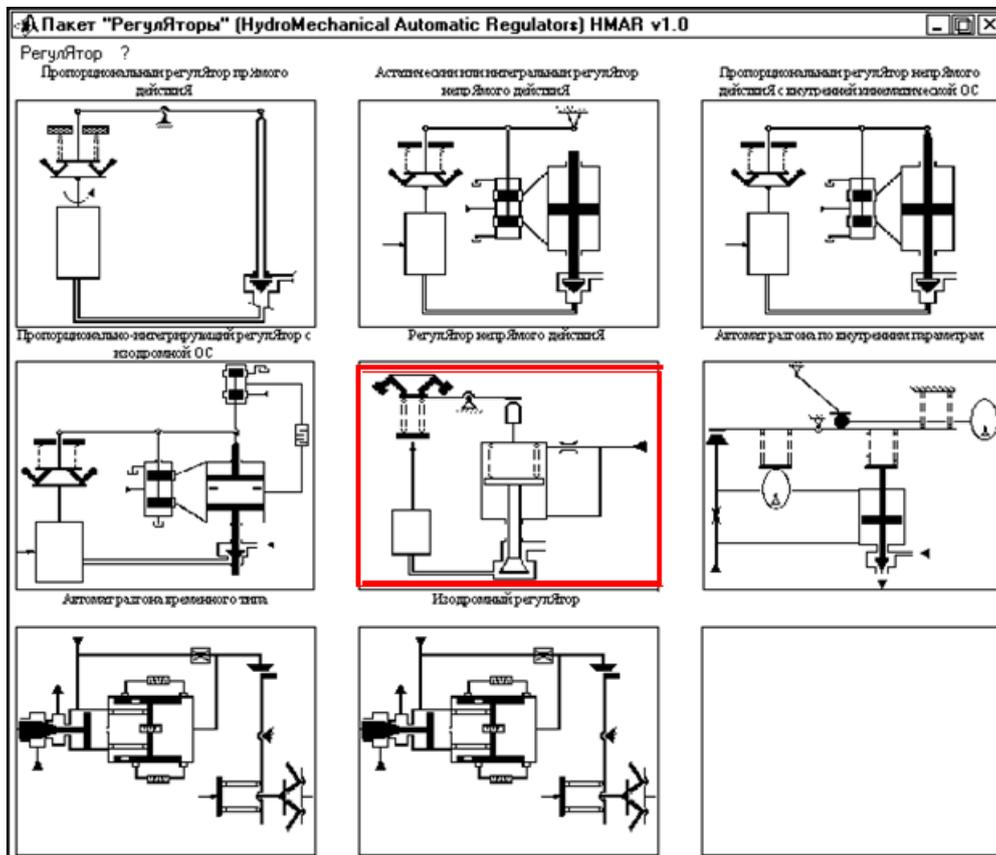


Рис. 6.1. Пример выбора схемы регулятора в пакетном режиме

2. Далее производим предварительное моделирование системы (рис. 6.2), выбирая тип модели (размерная/безразмерная), и строим переходные процессы для системы с параметрами по умолчанию.

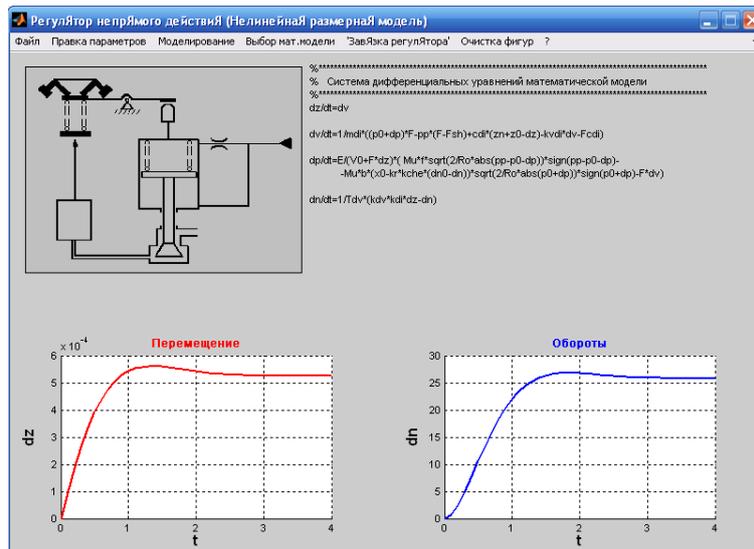


Рис. 6.2. Моделирование системы

3. После этого вводим исходные данные по заданию, строим переходные процессы и выполняем предварительный конструктивный анализ для системы, предложенной преподавателем (рис. 6.3).

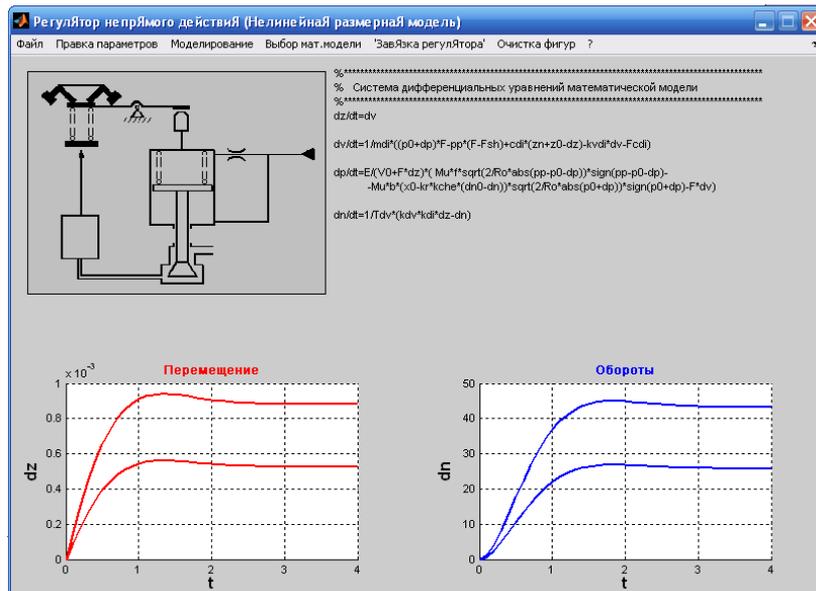


Рис. 6.3. Предварительный анализ системы

4. Анализируем результаты полученных расчетов.

Расчёт параметров с произвольным заданием исходных данных не может обеспечить надлежащего выбора параметров и не гарантирует от ошибок. Так может получиться, что площадь штока не обеспечивает прочностью, под корнями получаются отрицательные числа и т. п. Кроме того, при таком выборе может оказаться, что динамические требования не выполняются. Т. о. цель анализа заключается в выявлении слабых мест разработанного проекта с

последующей корректировкой. Наилучший вариант – это не тот, который обладает максимальным числом достоинств, а тот, который обладает минимальным количеством недостатков.

Общих методов анализа характеристик не существует. Многое здесь зависит от опыта и интуиции пользователя. Испытанным средством достижения поставленной цели является множественный перебор изменяемых параметров с последующим анализом. В пакете предусмотрена возможность исследования характеристик элементов системы при изменении в некотором диапазоне задаваемых величин.

Например, в табл. 6.1 показано, как изменяются параметры гидроусилителя при изменении площади поршня. Видно, что первый вариант совершенно не приемлем, так как значение площади штока получается мнимым числом. Физически это означает, что баланс сил на поршне при таких условиях не возможен.

Второй вариант также не годится, так как диаметр штока получается слишком небольшим (2.6 мм). В пятом и шестом вариантах требуются очень большие проходные сечения управляющего дроссельного устройства. Поэтому наиболее рациональным вариантом следует считать третий или четвертый варианты.

Таблица 6.1

№		1	2	3	4	5	6
$F$	$\text{м}^2$	0,00031	0,00049	0,00096	0,00166	0,002374	0,00331
$V_{\text{cp}}$	$\text{м}/\text{с}$	0,07782	0,07782	0,07782	0,07782	0,077821	0,07782
$Q_{\text{cp}}$	$\text{м}^3/\text{с}$	2,44E-05	3,82E-05	7,483E-05	0,000129	0,0001848	0,000258
$P_o$	$\text{Па}$	750000	750000	750000	750000	750000	750000
$P_{\text{cp}}$	$\text{м}^2$	112500	112500	1125000	1125000	1125000	1125000
$F_{sh}$	$\text{м}^2$	-8,3E-05	5,31E-06	0,000240	0,000591	0,00094731	0,001418
$D_{sh}$	$\text{Н}/\text{м}^2$	0,00150	0,00260	0,01751	0,02742	0,034729	0,04249
$P_{\text{min}}$	$\text{м}^2$	113057	342356	542018	629595	665776	689697
$f$	$\text{м}^2$	1,11E-06	1,74E-06	3,41E-06	5,89E-06	8,4205E-06	1,176E-05

Динамический анализ, как обычно, проводится с целью определения устойчивости и управляемости и на этом этапе имеет качественный предварительный характер. Для этого в пакете предусмотрена интерактивная процедура определения переходных процессов системы и её основных элементов с выбранными параметрами.

При проведении динамического исследования следует иметь в виду, что изменять можно только те параметры, которые не изменяют выбранные ранее базовые параметры. И, тем более, нельзя изменять сами базовые параметры. Если всё –таки при последующей корректировке (см. следующий пункт) приходится менять значения базовых параметров, то это следует соответствующим образом оформлять как изменение проекта и учитывать возможное изменение начальных условий.

5. Последовательно перебирая параметры регулятора для заданных значений управляющих и возмущающих воздействий добиться наилучшего компромиссного приближения к требуемым характеристикам САР (рис. 6.4).

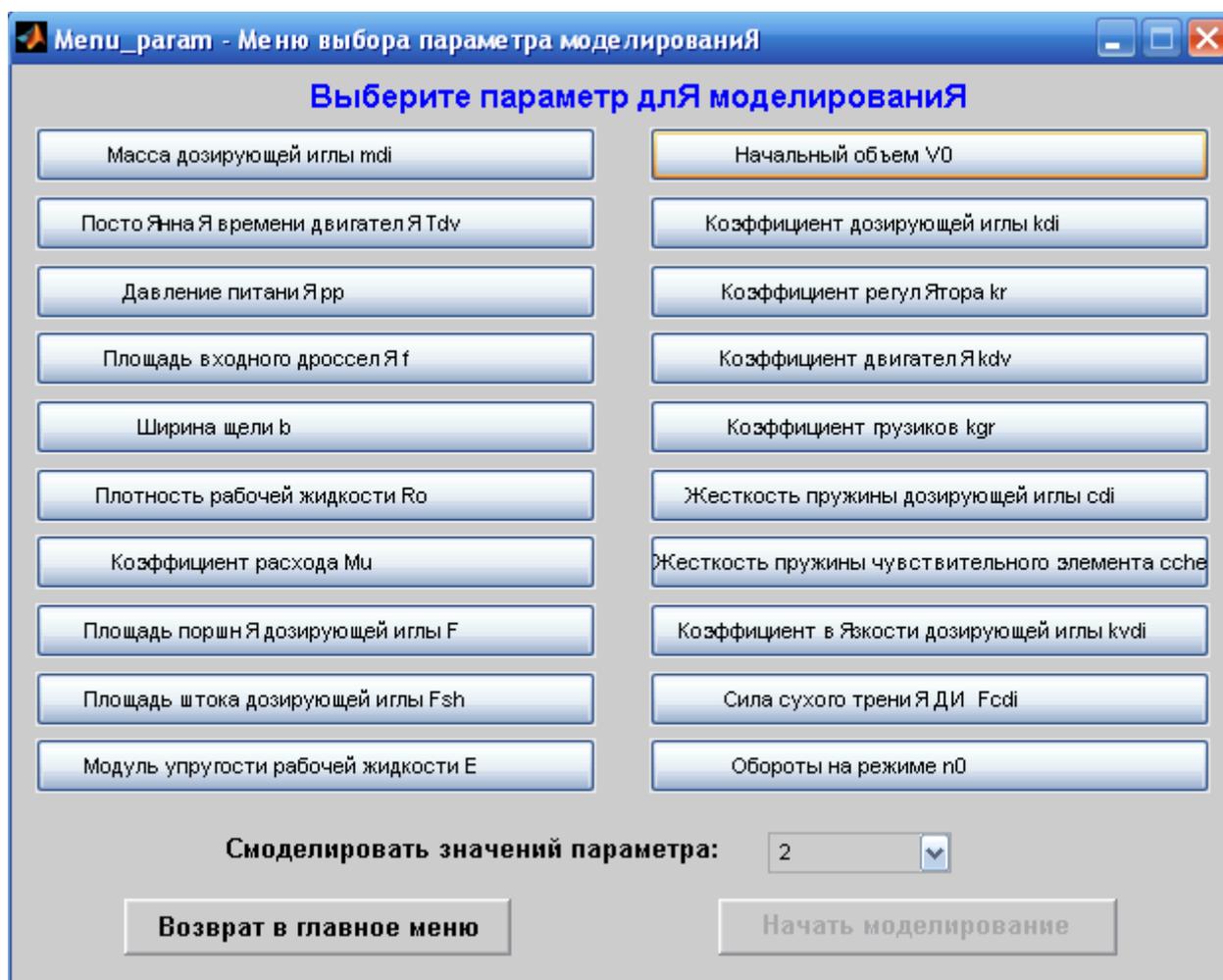


Рис. 6.4. Выбор параметров моделирования

**Корректировка параметров проекта.** В данном случае под коррекцией подразумевается сознательное изменение параметров проекта, с целью достижения наилучших результатов. Направление изменения устанавливается по результатам анализа.

**Задание:**

1. Получить у преподавателя типовую схему регулятора с заданными свойствами объекта регулирования, параметры регулятора назначаются по результатам выполнения лабораторной работы №5 ( $\sigma$ ,  $t_{\text{рег}}$ , статическая ошибка по заданным управляющим и возмущающим воздействиям) регулятора;

2. Выполнить вычислительный эксперимент и получить статические и динамические характеристики;

3. В пакете *НМАР* осуществить предварительный анализ и дать рекомендации по дальнейшему синтезу данной системы;

4. Последовательно перебирая параметры регулятора для заданных значений управляющих и возмущающих воздействий добиться наилучшего компромиссного приближения к требуемым характеристикам САР;

5. Выполнить окончательный синтез системы.

**Тесты для закрепления теоретического материала**

1. *Предварительное исследование выполняется с целью*

- определения наиболее значимых аргументов задачи и составления плана систематического эксперимента.
- установления подобия размерных и безразмерных переходных процессов, построенных для тех же исходных данных.
- получения информации, необходимой для обоснованного динамического синтеза параметров регулятора.

2. *Целью анализа является*

- возможность построения обобщенных экспериментальных характеристик точности, устойчивости и управляемости исследуемых систем.
- получение информации, необходимой для обоснованного динамического синтеза параметров регулятора.

- установление подобия размерных и безразмерных переходных процессов, построенных для тех же исходных данных.

### 3. *Задачи Коши – это*

- задачи, для которых заданы определенные соотношения сразу на обеих границах интервала.
- задачи, для которых определены начальные условия на искомые функции, т.е. заданы значения этих функций в начальной точке интервала интегрирования уравнения.
- уравнения, в которых неизвестными являются не переменные (т. е. числа), а функции одной или нескольких переменных.

### 4. *Краевые задачи – это*

- задачи, для которых заданы определенные соотношения сразу на обеих границах интервала.
- задачи, для которых определены начальные условия на искомые функции, т.е. заданы значения этих функций в начальной точке интервала интегрирования уравнения.
- уравнения, в которых неизвестными являются не переменные (т. е. числа), а функции одной или нескольких переменных.

### 5. *Явный метод Эйлера при большом шаге $h$*

- Дает большую погрешность, что заставляет уменьшать шаг интегрирования и соответственно увеличивать время расчета.
- Достаточно точно определяет при любом шаге интегрирования.
- Имеет погрешность аппроксимации порядка  $h^p$  (указать значения  $p$ ).
- Не влияет на процесс интегрирования

### 6. *Метод Рунге–Кутты 4-го порядка*

- Требуется пятикратное вычисления функции, задающей правую часть уравнения

- Требуется значения решения в пяти предшествующих точках интегрирования.
- Является  $m$ -этапным (указать значения  $m$ ).
- Имеют погрешность аппроксимации порядка  $h^p$  (указать значения  $p$ ).
- Является абсолютно устойчивым во всей левой полуплоскости комплексной переменной  $h\lambda$ .

7. *Максимально допустимая величина шага интегрирования задачи Коши для систем ОДУ*

- определяется максимальным по модулю собственным числом якобиана вектор-функции, задающей правую часть уравнения.
- определяется минимальным по модулю собственным числом якобиана вектор-функции, задающей правую часть уравнения
- определяется свойствами сходимости выбранного метода интегрирования
- является величиной постоянной для данной задачи Коши и выбранного метода
- может изменяться в ходе интегрирования задачи
- может изменяться в ходе интегрирования лишь линейной задачи

### **Контрольные вопросы**

1. Типы регуляторов, и их достоинства.
2. Дать определение понятию обратная связь. Виды ОС.
3. Качественные показатели системы.
4. Методы исследования линейных и нелинейных систем.

### **Требования к содержанию и оформлению отчета**

В отчет должны входить:

1. Описание САР;
2. Основные этапы моделирования;
3. Описание методики проведения работы;
4. Окончательные варианты переходных процессов, обеспечивающих наилучшее приближение САР к требуемым.

## Список литературы

1. Ануфриев И. Е. Самоучитель *MatLab* 5.3/6. х. – СПб.: БХВ – Петербург, 2002. – 736 с.
2. Бесекерский В. А. Теория систем автоматического регулирования / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. – 4-е изд., перераб. и доп. М.: СПб Изд-во, «Профессия», 2004. – 747 с.
3. Гайдук А. Р. Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (Полиномиальный подход) [Электронный ресурс]: монография. — Электрон, дан. — М.: Физматлит, 2012. — 360 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59631](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59631)
4. Дьяконов В.П., Абраменкова И.В. *MathCAD 8 PRO* в математике, физике и *Internet*. – М.: “Нолидж”, 2000. – 512 с.
5. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т.2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы [Электронный ресурс]: учебно – методическое пособие. — Электрон. дан. — М.: Физматлит, 2007. — 440 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59483](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59483)
6. Коновалов, Б.И. Теория автоматического управления [Электронный ресурс]: учебное пособие / Б.И. Коновалов, Ю.М. Лебедев. — Электрон. дан. — СПб.: Лань, 2010. — 220 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=538](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=538)
7. Кулагин, В.В. Теория, расчет и проектирование авиационных двигателей и энергетических установок: учебник. В двух книгах. Книга вторая. Совместная работа узлов выполненного двигателя и его характеристики [Электронный ресурс]: учеб. / В.В. Кулагин, В.С. Кузьмичев. — Электрон, дан. — Москва: Машиностроение, 2013. — 280 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/37010>.
8. Ю. Лазарев Моделирование процессов и систем в МАТЛАБ. Учеб. курс. – СПб.: Питер; Киев: Издательская группа *BHV*, 2005. – 512 с.
9. Первозванский, А.А. Курс теории автоматического управления [Электронный ресурс]: учебное пособие. — Электрон. дан. — СПб.: Лань, 2015. — 624 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=68460](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=68460)
10. Петров П. В. Основы алгоритмического моделирования нелинейных гидромеханических устройств: [учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению 150800 "Гидравлическая, вакуумная и компрессорная техника", по специальности 150802 "Гидравлические машины, гидроприводы и гидропневмоавтоматика"] / П. В. Петров, В. А. Целищев; ФГБОУ ВПО УГАТУ. – Уфа: УГАТУ, 2012. – 137 с.
11. Петров П.В. Основы автоматизированного проектирования гидромеханических устройств/ Целищев В.А.// Монография / Уфимск. гос. авиац. техн. ун –т. – Уфа: РИК УГАТУ, 2019. – 241 с.

12. Д. Н. Попов Динамика и регулирование гидро – и пневмосистем. – М.: Машиностроение, 2001. – 424 с.

13. Сунарчин Р.А., Тарасов Ф.Ф., Гордеев Г.И., Келлер И.Н. Моделирование и выбор параметров автоматических регуляторов авиационных двигателей: Учебное пособие – Уфа: УГАТУ, 1994. – 104с.

14. Моделирование и выбор параметров автоматических регуляторов авиационных двигателей: учебное пособие / Р. А. Сунарчин [и др.] ; УГАТУ .— Уфа: [Б. и.], 1994. – 104 с.

15. Сунарчин, Р. А. Выбор параметров гидромеханических регуляторов авиационных двигателей: [учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению 657400 "Гидравлическая вакуумная и компрессорная техника" специальность 121100 "Гидравлические машины, гидроприводы и гидропневмоавтоматика"]: в 3-х ч. / Р. А. Сунарчин ; Уфимский государственный авиационный технический университет (УГАТУ) ; науч. ред. Э. Г. Гимранов .— Уфа: УГАТУ, 2005

16. Сунарчин, Р. А. Проектирование гидромеханических регуляторов авиационных двигателей: [учебное пособие для студентов высших форм обучения, обучающихся по направлению 657400 "Гидравлическая, вакуумная и компрессорная техника" специальность 121100 "Гидравлические машины, гидроприводы и гидропневмоавтоматика"] / Р. А. Сунарчин; ГОУ ВПО УГАТУ. – Уфа: УГАТУ, 2008. – 156 с.